

Comprender mejor las fracciones con GeoGebra

Better understand fractions with GeoGebra

Abdón Pari Condori³

Resumen

Introducción: Las dificultades de los estudiantes con fracciones usualmente se derivan de una falta de comprensión conceptual se presenta en todos los países del mundo. Incluso, en países donde la mayoría de los estudiantes obtienen una comprensión conceptual razonablemente buena, como Japón o China (Fazio y Siegler, 2011) consideran el tema como difícil. **Objetivo:** presentar el GeoGebra como una herramienta didáctica que facilita la comprensión del concepto de fracciones en estudiantes de educación Básica. **Materiales y métodos:** se basa en una investigación cualitativa de

³ Universidad Adventista de Bolivia. apariducho@gmail.com

análisis documental y las reflexiones personales de la experiencia de implementar GeoGebra con estudiantes de formación docente y profesores en servicio. **Resultados:** se han encontrado más de una decena de concepciones e interpretaciones de fracciones que todavía es desconocido por la mayoría de los docentes de educación Básica. Los estudiantes alcanzan una comprensión del concepto cuando utilizan interpretaciones y transformar de una representación en otra.

Palabras Clave: *fracciones, comprensión, GeoGebra, docentes.*

Abstract

Introduction: Students' difficulties with fractions usually stem from a lack of conceptual understanding is present in all countries of the world. Even, in countries where most students obtain a reasonably good conceptual understanding, such as Japan or China (Fazio and Siegler, 2011) consider the subject as difficult. **Objective:** to present GeoGebra as a didactic tool that facilitates the understanding of the concept of fractions in elementary school students. **Materials and methods:** based on a qualitative research of documentary analysis and personal reflections of the experience of implementing GeoGebra with teacher training students and in-service teachers. **Results:** more than a dozen of conceptions and interpretations of fractions have been found that are still unknown by the majority of elementary school teachers. Students reach an understanding of the concept when they use interpretations and transform from one representation to another.

Keywords: *fractions, understanding, GeoGebra, teachers.*

Introducción

Quiero comenzar esta conferencia, agradeciendo en primer lugar, al comité organizador de la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra por la invitación hecha a mi persona, al director del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) y a la Universidad Nacional de Educación por haberme permitido ser parte de la creación de IEG, al Ministerio de Educación por haberme invitado como facilitador de varios curso o talleres para profesores de matemáticas en diferentes ciudades del Ecuador y a la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) por haberme considerado como facilitador de GeoGebra en el país.

Las investigaciones han demostrado que “estudiantes de todo el mundo tienen dificultades en el aprendizaje de fracciones.” (Fazio y Siegler, 2011: 6). Incluso “países donde la mayoría de los estudiantes obtienen una comprensión conceptual razonablemente buena, como Japón o China.” (Ibid). Si bien los estudiantes pueden tener cierta facilidad con las fracciones, pero muchos de ellos parecen no haber desarrollado completamente la comprensión de que las fracciones son números (Amato, 2005). Kerslake (1986), ya enfatizaba la necesidad de que los estudiantes comprendan las fracciones al menos como una extensión del sistema numérico y sugería que muchas de esas dificultades ocurren porque los estudiantes ven las fracciones solo como partes de una forma o cantidad y no como números. El modelo familiar para los estudiantes (entre 12 a 14 años) que participaron del estudio era el modelo de Parte-todo.

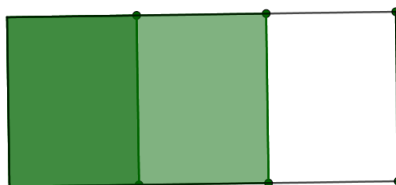
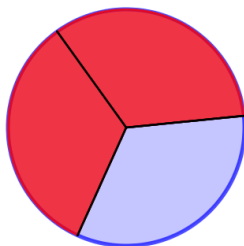
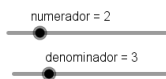
Por otro lado, en la Matemática hay conceptos matemáticos que se conserva y otros que se transforma en la educación matemática. Según Ríos (2019) el concepto de fracciones es el que se transforma, porque “en el universo Matemático, el concepto asociado a la fracción es el número racional y en el mundo de la Matemáticas Escolares el concepto asociado al número racional es la fracción” (p. 142).

Los estudios consideran que el problema comienza en la educación Básica cuando se introduce por primera vez simplemente como partes de dibujos geométricos (Kerslake, 1986; Amato, 2005). Kerslake (1986), sostiene que la práctica escolar no les da suficientes pistas a los estudiantes de que las fracciones son números.

Las representaciones más comunes y familiares a los estudiantes podrían ser, la que se muestra a continuación.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FRACCIÓN

$$\text{Fracción} = \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} = \frac{2}{3}$$



Gráfica 1: Representación gráfica de fracción. Elaboración propia

Objetivo

El objetivo de esta conferencia es presentar el GeoGebra como una herramienta que facilita la conexión entre diferentes concepciones, interpretaciones o significados de fracciones y ayuda a comprender mejor a los estudiantes el concepto de fracciones.

Metodología

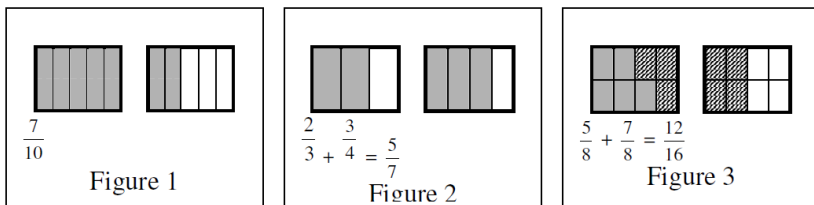
Este estudio se realizó bajo el enfoque de investigación cualitativa de tipo documental con un alcance exploratorio, complementado con reflexiones personales en base a las experiencias vividas en los cursos de GeoGebra como recurso didáctico con docentes en servicio y profesores en formación. Las fuentes de información que se utilizaron fueron fuentes primarias como libros, revistas, presentaciones de conferencias, manuales, tesis artículos y actividades desarrolladas por estudiantes. También se ha utilizado fuentes secundarias como sitios Web relacionados con las fracciones, Repositorio de GeoGebra, revistas electrónicas y archivos PDF.

También en esta investigación se utilizó la revisión de trabajos elaborados por los estudiantes del curso de formación continua en uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática en Educación básica.

Marco teórico

Los conceptos básicos en los cuales se fundamenta esta conferencia comprender mejor las fracciones con GeoGebra las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones, diferentes interpretaciones y concepciones de fracciones y el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática. La era de la tecnología exige cambios en el mundo educativo y los profesionales en educación tienen múltiples razones y oportunidades para aprovechar las nuevas posibilidades que ofrece GeoGebra.

Las fracciones son uno de los conceptos matemáticos más complejos que los niños, en la educación Básica. La mayoría de los docentes de educación básica y estudiantes tiene la idea de que $\frac{2}{3}$ significa que la unidad o el entero se dividen en tres partes iguales y se colorea 2 de esas partes divididas. El número 3 es el denominador y el 2 es el numerador de la fracción. Bajo esta concepción de las fracciones, los estudiantes tienen dificultades para identificar la unidad en diagramas de parte completa que muestren más de una unidad. Un caso tomado de Dikson et al. (1984) en Amato (2005) se presenta tres casos y dice: “cuando se representa una fracción mayor que uno en un diagrama como el de la Figura 1, muchos estudiantes responden $\frac{7}{10}$ en lugar de $\frac{7}{5}$. Surgen problemas similares cuando se separan partes. Los diagramas se utilizan para ilustrar la suma de dos fracciones propias (Figura 2) o cuando el total es mayor que una unidad (figura 3)”



Gráfica 2: Representaciones de fracciones (Amato, 2005: 2).

Seguramente, muchos de los profesores presentes han observado más de una vez estas dificultades con sus estudiantes cuando enseñan fracciones y operaciones con fracciones. Muchos profesores usan los diagramas a veces como ayuda en la solución de problemas con fracciones, o para verificar si la respuesta encontrada es factible.

Sin embargo, en esta conferencia quiero enfatizar que uno de los principales factores a esta complejidad es que las fracciones comprenden una noción multifacética que abarque varios constructos interrelacionados. A principios de la década de los ochenta del siglo pasado se desarrolló un modelo teórico que vinculaba cinco interpretaciones de fracciones a las operaciones de fracciones y la resolución de Problemas (Charalambous y Pitta, 2005). Aquí, no se pretende hacer un estudio exhaustivo de las diferentes interpretaciones de fracciones, sino motivar a los docentes a revisar sus concepciones de forma voluntaria y consciente, bajo el supuesto de que las múltiples representaciones de las fracciones pueden ayudar a los estudiantes a comprender mejor y a darse cuenta de que las fracciones son números.

En la misma línea, Ríos (2019), señala: “esta diversidad de significados asociados a cualquier concepto matemático implica problemas en su aprendizaje y, por ende, en su enseñanza” (p. 143). Además, ella presenta un estudio de Macera (1992) sobre las diversas interpretaciones, significados o concepciones que el concepto de fracciones a lo largo del tiempo:

- a) Dienes (1972) considera dos concepciones: estados de comparación y como operador.
- b) Kieren (1976) refiere las concepciones de cociente (numeración decimal) y razones de enteros. El mismo autor en 1981 redefine su clasificación y establece cuatro subconstructos: medida (relación parte – todo), razón, división indicada y operador.
- c) Rasimba–Rajón (1982) estudia métodos de medidas: conmensuración y fraccionamiento. d) Behr, Lesh, Post y Silver (1983) establecen siete subconstructos: medida, razón, tasa, cociente, coordenada lineal, decimal y operador.
- d) Freudenthal (1983) realiza las siguientes interpretaciones: operador, parte todo, razón externa, razón interna, medida no exacta, operador inverso de la multiplicación y decimal.
- e) Ohlsson (1988) considera las siguientes: razón, partición y operador o función.
- f) Mancera (1992) establece los siguientes significados con diferentes subconstructos: cociente o parte todo (partición, extracción, disminución y cociente cartesiano); números racionales (fracción y medida); vectores binarios (razón, cantidades intensivas, proporción y rapidez); y funciones compuestas (operador).

- g) Linares (2000) refiere las nociones de parte todo, medida, cociente, razón y operador asociadas a la fracción.

Las investigaciones relativas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las ideas de fracciones indican que los niños pueden conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracciones que se planteen en forma secuencias de modo que proporcionen a los niños la adecuada experiencia con la mayoría de los significados (Kieren, 1976).

Resultados

Entre los resultados destacamos, los cinco constructos de Kieren (1976) que son parte-todo, proporción, operador, cociente y medida. Sin embargo, en la actualidad aparecen más de catorce interpretaciones de fracciones que no desarrollamos por falta de tiempo y espacio.

Interpretación de la fracción como parte-toda (la más usual).

“La fracción bajo esta interpretación hace referencia a la relación entre un número determinado de partes, y todas las partes congruentes en que ha sido dividida la unidad. Es decir, la fracción es una parte del todo” (Ríos, 2019:143).

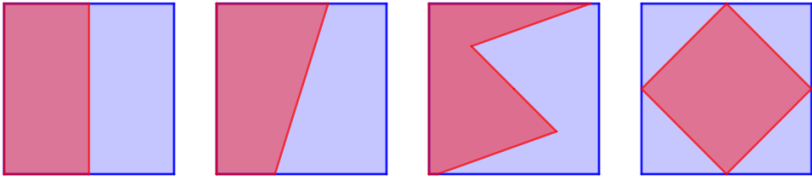
Interpretación de la fracción como cociente indicada (reparto)

Esta noción hace referencia a repartir algo en partes equitativas, donde el resultado del reparto no es entero. En este sentido existen dos tipos de respuestas ante situaciones de reparto equitativo asociado a la división de números enteros: aquellas donde el cociente o el resultado de la división puede ser expresado como un número decimal. A Esta noción llamamos división indicada. (ibíd.)

Interpretación de la fracción como razón

Toda razón expresa la relación (comparación) entre dos cantidades de una misma magnitud o de magnitudes diferentes.

REPRESENTACION DE FRACCIONES

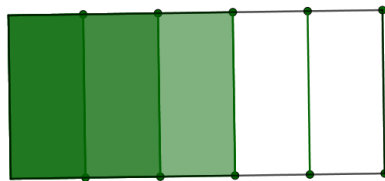
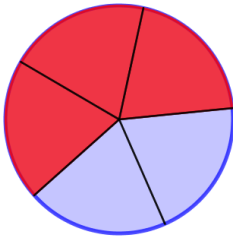
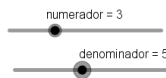


Gráfica 3: sombreadar la mitad del área de un cuadrado de diferentes formas.

La representación gráfica de $\frac{1}{2}$ con el apoyo de GeoGebra y utilizando la herramienta de animación se puede observar que existe una infinidad de representaciones. Aunque se puede, la representación parezca más cercano al constructo parte-todo también se puede asociar con la interpretación de medida que tiene que ver con la mitad del área del cuadrado.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FRACCIÓN

$$\text{Fracción} = \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} = \frac{3}{5}$$

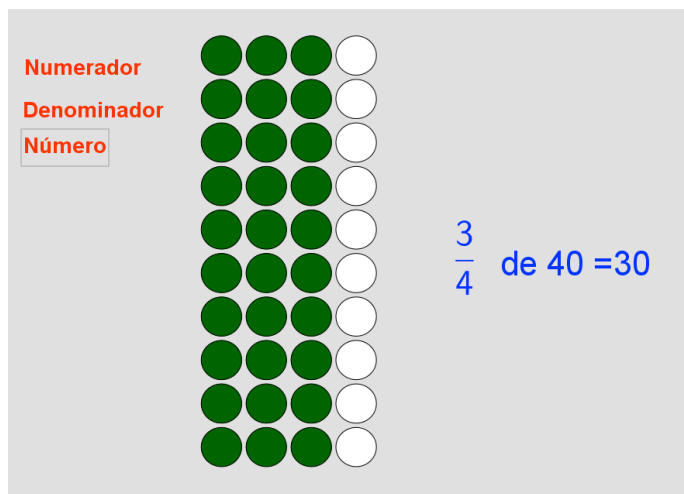


Gráfica 4: Relacionar la representación rectangular con la representación circular.

Esta representación que se pueda asociar con parte todo, o con la división indicada, incluso con el uso de los deslizadores se puede a la razón o porcentaje y probabilidades.

Interpretación de la fracción como operador

Según Bernard (1972) en Ríos (2019: 144) La fracción puede ser interpretada como el orden de ejecución de dos operaciones sobre una totalidad discreta. Nos referimos a la multiplicación y dependiendo del orden en que se apliquen las dos operaciones se tiene dos procedimientos. Si primero aplicamos la división y luego la multiplicación. Esto se muestra en la Grafica 5.

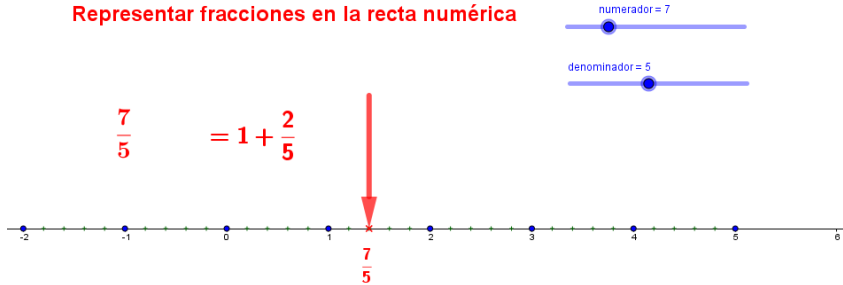


Gráfica 5: Representación de fracción como operador

Interpretación de la fracción como parte de la recta real

Finalizaremos, con la representación de la fracción en la recta numérica para que el estudiante comprenda que la fracción es un número racional. Es decir, utilizamos las fracciones como un recurso para comprender las propiedades de los números racionales.

Representar fracciones en la recta numérica



Gráfica 6: representación de fracciones en la recta real

Conclusiones

Es interesante terminar esta conferencia destacando las diferentes concepciones, interpretaciones y significados de las fracciones y motivar a los docentes a considerar y revisar sus de forma consciente y voluntaria, y continuar en nuestra formación en el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática, y en particular para la enseñanza y aprendizaje del concepto de las fracciones.

En la actualidad, GeoGebra se ha convertido en una herramienta imprescindible especialmente para las clases virtuales. En sus inicios fue creado para conectar de forma dinámica Geometría y Álgebra, sin embargo, no ha quedado ahí, sino que, cada día va aumentando más usuarios en todos los países. También, sigue aumentando su potencial e incorporando más herramientas como GeoGebra Note y GeoGebra Classroom.

Además, GeoGebra podrá convertir en una herramienta permita la conexión dentro de la metodología de estudios llamado STEM (Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemática). Finalmente, diremos que la representación múltiple a través de GeoGebra genera en el estudiante una mejor comprensión del concepto de fracciones.

Referencias Digitales

Amato, S. (2005). Developing Students' understanding of the concept of Fraction as Numbers. Disponible en <https://www.researchgate.net/publication/241057560>

- Charalambous, C. y Pitta, D. (2005). Revisiting a Theoretical Model on Fracion: Implication for Teaching and Research. In Chick, H. L. & Vicent, J. L. (Eds.). *Proceeding of the 29TH Conference of the international Grupe for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, 233-240. Melbourne: PNE.
- Fazio, L. y Siegler, R. (2011). *Enseñanza de las fracciones*. Oficina Internacional de Educación de UNESCO (IBE) y Academia.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomelology of Mathematical Structures*. The Netherlands: D Reidel Publishing Company
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's Strategies and Errors*, London: NFER-Nelson.
- Kieren, T.E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop* (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Pari, A., Mendoza, D. Aucahuallpa, R. (2020). GeoGebra as a Technological Tool in the Process of Teaching and Learning Geometry. In: Rodriguez Morales G. Fonseca, C. E. R., Salgado J, P., Orellana Coordero M., Berrezueta, S. (eds) *Information and Communication Technologies. TICEC 2020. Communications in Computer and Information Science*, vol 1307. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-62833-8_20
- Ríos, Y.J. (2019). Diversas interpretaciones de las fracciones. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(1), 141-150.