



**UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

Carrera de:

Educación en Ciencias Experimentales

**Actividades de refuerzo con el método Pólya para contribuir en destrezas matemáticas
parcialmente logradas en 2° BGU de la U.E. Juan Bautista**

Trabajo de Integración Curricular previo a la obtención del título de

Licenciado/a en Educación en Ciencias Experimentales.

Autores:

Lilian Adriana Muñoz Rivera

CI: 0107288698

Manuel Benjamín Vasquez Valverde

CI: 0106275589

Tutor:

Mgs. Germán Wilfrido Panamá Criollo

CI: 0104286653

Azogues - Ecuador

Marzo, 2024



Resumen

La investigación titulada Actividades de refuerzo con el método Pólya para contribuir en destrezas matemáticas parcialmente logradas en estudiantes de 2° Bachillerato General Unificado (BGU) de la Unidad Educativa Juan Bautista Vásquez, se basa en los aportes de Araujo (2010), para la conceptualización de las destrezas en las que se trabajan y apoyado de Pólya (1965), a través del método Pólya, para la resolución de problemas que aporten en el logro de las destrezas [Ref. M.5.1.10., M.5.3.1., M.5.2.3., M.5.1.55., M.5.2.17.]. La presente investigación tiene el objetivo de fortalecer la resolución de problemas que aporten en el logro de las destrezas matemáticas. En la institución mencionada, al indagar en los conocimientos previos se identificó deficiencias en el logro de destrezas de los estudiantes de 2° bachillerato. A partir de esta situación, se diseñó una intervención para fortalecer ciertas destrezas matemáticas utilizando el método Pólya, dirigida a estudiantes de tercer año de bachillerato. Para el desarrollo del estudio se adoptó un paradigma socio-crítico, un enfoque mixto que combina herramientas cualitativas y cuantitativas para analizar los resultados. Además, se estableció un grupo control y experimental.

A partir de la evaluación pretest surgió la necesidad de efectuar una intervención didáctica, para ello se generó e implementó un plan de actividades de refuerzo con el método Pólya en el grupo experimental durante cinco sesiones. Con la aplicación del postest y otros instrumentos, al analizar los resultados, mostraron una mejora significativa, ya que el grupo experimental incrementó su promedio de 2,79 a 6,26 sobre 10. Esto indica la efectividad de la propuesta en el logro de las destrezas evaluadas.

Palabras claves: destrezas matemáticas, logro de destrezas, método Pólya.



Abstract

The research entitled Reinforcement activities with the Pólya method to contribute to partially achieved mathematical skills in students of the 2nd Unified General Baccalaureate (BGU) of the Juan Bautista Vásquez Educational Unit, is based on the contributions of Araujo (2010), for the conceptualization of the skills on which they work and supported by Pólya (1965), through the Pólya method, for the resolution of problems that contribute to the achievement of the skills [Ref. M.5.1.10., M.5.3.1., M.5.2.3., M.5.1.55., M.5.2.17.]. The objective of this research is to strengthen the resolution of problems that contribute to the achievement of mathematical skills. In the aforementioned institution, when investigating prior knowledge, deficiencies in the achievement of skills of 2nd baccalaureate students were identified. Based on this situation, an intervention was designed to strengthen certain mathematical skills using the Pólya method, aimed at third-year high school students. To develop the study, a socio-critical paradigm was adopted, a mixed approach that combines qualitative and quantitative tools to analyze the results. In addition, a control and experimental group was started.

From the pretest evaluation, the need arose to carry out a didactic intervention; for this, a plan of reinforcement activities with the Pólya method was generated and implemented in the experimental group for five sessions. With the application of the post-test and other instruments, when analyzing the results, it showed a significant improvement, since the experimental group increased its average from 2.79 to 6.26 out of 10. This indicates the effectiveness of the proposal in achieving the objectives. skills assessed.

Keywords: mathematical skills, skill achievement, Pólya method.



Contenido

Introducción	5
Planteamiento del problema de investigación	6
Objetivos de la investigación	8
Objetivo general	8
Objetivos específicos	8
Justificación.....	9
Capítulo 1: Marco teórico	10
Antecedentes	10
Bases teóricas o conceptuales	13
Destrezas con criterio de desempeño.....	13
Motivación en el aprendizaje de las Matemáticas	14
Aprendizaje autónomo y metacognición en Matemáticas	17
Resolución de problemas matemáticos y estrategias heurísticas.....	19
Actividades de refuerzo	22
Bases legales	25
Reflexiones del capítulo	25
Capítulo 2: Marco metodológico	26
Paradigma y enfoque.....	26
Tipo de investigación	27
Población y muestra	28
Métodos, técnicas e instrumentos de investigación.	33
Análisis y discusión de los resultados del diagnóstico.....	34
Triangulación de los resultados obtenidos	39
Capítulo 3: Propuesta de intervención Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato	49
Introducción	49
Objetivo general de la propuesta.....	50
Fundamentos legales	50
Diagnóstico inicial de la propuesta	51
Desarrollo de actividades/ Fases	52
Cronograma de actividades	52
Fase 1: inducción y ejemplificación del método Pólya	53



Fase 2: planificación del Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato	54
Fase 3: aplicación del plan de actividades de refuerzo	56
Fase 4: evaluación y análisis de resultados de la implementación de la propuesta	68
Conclusiones	80
Recomendaciones	81
Referencias Bibliográficas	83
Anexos	89
Anexo 1. Guía de preguntas de la encuesta a estudiantes aplicada en la fase diagnóstica	89
Anexo 2. Guía de preguntas de la entrevista estructurada al docente	91
Anexo 3. Cuestionario correspondiente al pretest	92
Anexo 4. Cuestionario correspondiente al postest	96
Anexo 5. Planificaciones microcurriculares que componen la propuesta denominada: “Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato”	101
Anexo 6. Formato de diario de campo	111

Índice de Figuras

Figura 1 Percepción de los estudiantes sobre el logro de los contenidos matemáticos	38
Figura 2 Aceptación para la implementación del método Pólya	39
Figura 3 Pretest grupo control y experimental	48
Figura 4 Fases de la propuesta denominada “Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato”	52
Figura 5 Cronograma de actividades para el Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato	53
Figura 6 Planificación Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato	55
Figura 7 Postest grupo control y experimental	77
Figura 8 Resultados del pretest y postest correspondientes al grupo experimental	78

Índice de Tablas

Tabla 1 Operacionalización de la variable	30
Tabla 2 Triangulación de los resultados del diagnóstico	40
Tabla 3 Escala de calificaciones proporcionada por el Ministerio de Educación	42
Tabla 4 Ejemplo de la aplicación del método Pólya en un problema matemático	53
Tabla 5 Destrezas a trabajar de acuerdo a cada sesión de refuerzo	55
Tabla 6 Preguntas directrices para cada paso del método Pólya	56



Introducción

La evolución de las metodologías de enseñanza en las instituciones educativas ha sido notable a lo largo del tiempo. Durante décadas, las clases presenciales fueron la norma predominante tanto para los estudiantes como para los docentes. Sin embargo, la irrupción de la pandemia de COVID-19 ha generado cambios significativos en diversos ámbitos, incluido el educativo. Esta crisis sanitaria ha obligado a modificar drásticamente la forma en que se imparten las clases, con un marcado aumento en la utilización de la modalidad virtual. Como resultado, se han presentado numerosas repercusiones en el proceso de enseñanza-aprendizaje, evidenciadas por la dificultad de algunos estudiantes para asimilar los contenidos curriculares de manera efectiva, a pesar de haber sido previamente revisados y cursados.

Una inquietud importante al regresar a la enseñanza presencial es asegurar que los conocimientos que no se adquirieron durante el año lectivo no se perpetúen en los siguientes. Es esencial reconocer que los vacíos en el aprendizaje pueden tener consecuencias a largo plazo en el desarrollo académico de los estudiantes. Si no se abordan adecuadamente, estos vacíos pueden persistir a lo largo de los años lectivos, creando brechas en el conocimiento que pueden ser difíciles de cerrar. Esta situación resalta la necesidad de implementar estrategias efectivas para identificar y remediar las deficiencias en el aprendizaje, garantizando así un progreso continuo y un desarrollo académico sólido para todos los estudiantes.

El presente trabajo expone una problemática evidenciada en la realización de prácticas pre-profesionales y con base a dicha problemática se trabajó en la planificación, desarrollo e implementación de una propuesta didáctica. La revisión bibliográfica se realiza en el Capítulo 1, con el marco teórico, la determinación de la metodología del estudio se desarrolla en el Capítulo 2 y la propuesta didáctica se detalla en el Capítulo 3.



Planteamiento del problema de investigación

A nivel internacional, de acuerdo con los informes de los resultados obtenidos por los alumnos en el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), en PISA para el Desarrollo (PISA-D) del año 2018 a nivel nacional el 70,90% de los estudiantes que rindieron el examen no alcanzaron el nivel 2 en Matemáticas. Los resultados obtenidos en el área de Matemáticas por Ecuador son inferiores al promedio que mantiene la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE).

Ecuador obtuvo un promedio de 377 puntos sobre el promedio de 379 puntos que mantiene América Latina y el Caribe (ALC), en este sentido, al comparar a Ecuador con los países que participan en ALC, se encuentra dentro del promedio. Sin embargo, al comparar con países miembros de la OCDE, Ecuador está por debajo del promedio ya que la OCDE tiene un promedio de 490 puntos.

A nivel nacional, en el año lectivo 2018-2019, en los exámenes de ingreso a la universidad, Ecuador reflejó un promedio de 7,74 puntos sobre 10, lo cual ubica a la población estudiantil en un nivel de logro elemental.

En la actualidad se observa que el promedio ha disminuido considerablemente con base en la observación que se realiza en el desarrollo de las clases se evidencia el limitado conocimiento por parte de los estudiantes en las destrezas que fueron estudiadas con anterioridad.

En las instituciones educativas, la necesidad de diferentes adaptaciones educativas para la enseñanza a modalidad virtual surgió como respuesta al bajo rendimiento académico que los estudiantes presentaban debido a las limitaciones tecnológicas, metodologías de enseñanza no



adaptadas, falta de preparación de padres de familia y docentes ante la virtualidad y la modalidad de evaluación desarrollada. Todos estos acontecimientos han ocasionado consecuencias reflejadas en la actualidad.

En el aula de clase se presenta la normalización del limitado conocimiento en los estudiantes y ciertas destrezas parcialmente logradas. Los estudiantes aprobaron el curso sin haber adquirido todas las destrezas en su totalidad, siendo las destrezas: M.5.1.10., M.5.3.1., M.5.2.3., M.5.1.55. y M.5.2.17. Durante la observación de clases se identificó como los estudiantes no dominan contenidos matemáticos que deberían conocer para la continuidad de los estudios. Por su parte, el docente se enfoca en la enseñanza de las unidades didácticas correspondientes al presente año lectivo, obviando las falencias que mantienen los estudiantes en los conocimientos previos con el argumento de que son estudiantes post-pandémicos.

En este contexto, los alumnos presentan complicaciones en la traducción de datos de un planteamiento matemático desde un lenguaje cotidiano hacia un lenguaje matemático, poca autonomía en la resolución de problemas sin identificar los datos clave del planteamiento y sin proponer vías de solución.

De esta manera, los estudiantes no aprenden los contenidos curriculares de manera óptima, ya que carecen del dominio de los conocimientos previos necesarios. Lo expuesto anteriormente, es analizado desde la perspectiva de la investigación y la situación es definida como impedimento y limitante para el estudiante en el momento de adquirir nuevos conocimientos de manera efectiva y permanente.

En conclusión, tras la observación realizada se constató que, en el desarrollo de las clases de Matemáticas en el segundo de bachillerato, pese a la notoria carencia de conocimientos previos, no se les da seguimiento y retroalimentación de manera eficiente, en su lugar, se da



continuidad a los estudios de las destrezas previstas para el año lectivo en curso. Por la contradicción entre lo que debe saber y lo que necesita saber el estudiante emerge la siguiente interrogante:

¿Cómo contribuir en el refuerzo académico de destrezas matemáticas parcialmente logradas en el segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Juan Bautista?

Objetivos de la investigación

Objetivo general

Proponer un plan de actividades de refuerzo basado en la implementación del método Pólya para el fortalecimiento de destrezas matemáticas parcialmente logradas en el Segundo de Bachillerato en la Unidad Educativa Juan Bautista.

Objetivos específicos

1. Realizar una sistematización teórica relativa a la resolución de problemas y al método Pólya para el refuerzo académico en el área de matemáticas.
2. Diagnosticar las problemáticas existentes en matemáticas en el segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Juan Bautista.
3. Diseñar actividades de refuerzo para guiar el proceso de fortalecimiento de destrezas matemáticas parcialmente logradas en los estudiantes de Segundo de Bachillerato de la Unidad Educativa Juan Bautista.
4. Implementar las actividades de refuerzo con retroalimentación constante a los estudiantes utilizando el método de Pólya para contribuir a la mejora de la comprensión de las destrezas previas.
5. Valorar el progreso del logro de las destrezas previas de los estudiantes de Segundo de Bachillerato de la Unidad Educativa Juan Bautista.



Justificación

La importancia en la que se enmarca la presente investigación es debido a que el proceso de formación de un individuo se desarrolla de manera secuencial; es decir, la educación es continua y en orden ascendente en lo que respecta a dificultad. En cada año lectivo se analizan y estudian diferentes unidades curriculares y cada una tiene relación con la otra. Los contenidos vistos en años anteriores son empleados en la resolución de enunciados matemáticos que involucran mayor complejidad junto a los contenidos analizados en el nuevo año lectivo.

Sin embargo, los estudiantes mantienen falencias en los conocimientos anteriormente analizados y es necesario reforzar y retroalimentar dichas falencias de manera que los estudiantes den continuidad a su formación sin llevar consigo un limitado conocimiento de temáticas anteriores.

Pérez y Hernández (2015) mencionan que todo problema matemático y textos en general se presentan por la unión entre los procesos de comprensión y producción y, facilitan la comprensión de los conceptos para la producción de soluciones. En este sentido, es importante mantener la unión de estos procesos para la adecuada formación de los alumnos. Sin la comprensión de los contenidos no es posible producir soluciones, de ahí la necesidad de que en la trayectoria del estudiante en los diferentes cursos aprueben la asignatura con la comprensión de los contenidos, de no ser así, se requiere una adecuada retroalimentación que solvete las falencias que posee el estudiante.

A partir del refuerzo se pretende solvete aquellas falencias existentes y que el estudiante sea capaz de avanzar en sus estudios de manera eficiente sin la presencia de contenidos matemáticos incomprensidos, mismos que se presentan como impedimentos para el avance secuencial de la formación de un estudiante en el área de las matemáticas. Como es el



caso de Lara et al. (2022), quienes realizaron una investigación mediante la cual analizaron la incidencia del método Pólya con estudiantes de segundo de bachillerato. Dicha investigación, resulto en un caso de éxito ya que los alumnos denotaron un aumento en los aciertos en la resolución de problemas matemáticos.

Las actividades que se proponen en la elaboración de este proyecto son importantes en la formación docente, porque genera en la pareja pedagógica una experiencia adicional, misma que será ventajosa en el desarrollo profesional. Además, sirve de ayuda para los docentes en la planificación de clases, ya que en el proyecto se desarrollan actividades con recursos y metodologías que pueden ser incluidas en la planificación microcurricular.

También los estudiantes serán beneficiarios directos ya que las metodologías y los recursos propuestos y empleados tiene incidencia positiva en su aprendizaje, debido a que fomenta la adquisición de los contenidos curriculares correspondientes a cada unidad curricular de Matemáticas.

Capítulo 1: Marco teórico

Antecedentes

Para contextualizar los antecedentes internacionales y nacionales de la presente investigación, es crucial destacar los esfuerzos previos en el ámbito de la educación matemática dirigidos a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el bachillerato. A nivel internacional, diversas investigaciones han explorado la eficacia de diferentes métodos para fortalecer las destrezas matemáticas de los estudiantes. Entre estos métodos se destaca el método Pólya, que se ha utilizado con éxito en varios contextos para fomentar la resolución de problemas en matemáticas. A nivel nacional, se han realizado investigaciones que abordan la necesidad de



implementar metodologías activas para mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes. A continuación, se presenta los antecedentes referentes a la investigación.

De acuerdo con Morales (2009), con base a su investigación realizada en Venezuela, para que el docente tenga conocimiento de la profundidad con la que debe estudiar un tema, es necesario evaluar los conocimientos iniciales del estudiante ya que son los que dan la pauta al estudiante para adquirir conocimientos nuevos. Si, por el contrario, el estudiante no mantiene una base de conocimientos sólida y proporcional a su nivel escolar, el proceso de aprendizaje de las nuevas destrezas reflejará dificultades. En suma, el referido autor acota que en el proceso de enseñanza de nuevas destrezas no es posible partir de cero y es necesaria la presencia de destrezas previas adquiridas en los estudiantes.

Lara et al. (2022) indican en su investigación titulada "La Incidencia del Método de Pólya en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales a estudiantes de Segundo de Bachillerato", realizada en Riobamba, Ecuador, que la aplicación del método de Pólya condujo a que los estudiantes mantuvieran su motivación e interés en el proceso de aprendizaje, así como a obtener un mayor número de aciertos en la resolución de problemas matemáticos. El aporte principal de su estudio para esta investigación radica en el análisis cuantitativo realizado a partir de pruebas inicial y final, así como en la observación participante aplicada, lo que permite una interacción directa entre el sujeto y el objeto de estudio, proporcionando una comprensión más profunda de los resultados obtenidos.

Meneses y Peñaloza (2019) en su investigación titulada "El método de Pólya como estrategia pedagógica para mejorar la competencia en la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas", realizada en Colombia, emplearon un enfoque cualitativo de tipo investigación acción para analizar la efectividad del Método de Pólya en estudiantes de tercer y



cuarto grado de primaria. Se diseñó e implementó una guía didáctica estructurada secuencialmente para guiar a los estudiantes a través de cada paso del método. No obstante, se observó que faltaba una adecuada contextualización de los problemas abordados. El principal aporte de este artículo radica en el análisis cualitativo realizado, que ofrece una comprensión más profunda sobre cómo los estudiantes se relacionan con el Método de Pólya en la resolución de problemas matemáticos.

Ariza (2017) en la investigación titulada "El método de George Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios en estudiantes de cuarto grado de la institución educativa Anna Vitiello del municipio de los patios", adopta un enfoque cualitativo, ya que se centra en la generación de datos descriptivos. Ariza utiliza la investigación-acción, misma que permite analizar y estudiar las acciones del ser humano y las diferentes situaciones sociales apreciadas por los participantes, incluyendo problemáticas que puedan ser objeto de cambio. Su aporte radica en la utilización del enfoque de investigación-acción, que servirá como modelo para la presente investigación, proporcionando una metodología efectiva para abordar problemáticas educativas específicas.

Barrón et al. (2021), en su investigación que lleva por nombre "Método Pólya en la mejorar del aprendizaje matemático en estudiantes de primaria", empleó la metodología vinculada al enfoque cuantitativo. En términos de diseño de investigación, se aplicó un diseño cuasi experimental con la determinación de un grupo control y experimental. El instrumento utilizado para recopilar datos fue una prueba de evaluación del Ministerio de Educación. La implementación del método de Pólya en su investigación resultó en un aumento de los logros en el aprendizaje de matemáticas en los estudiantes de cuarto grado de educación primaria. De este



anterior, se optará por el tipo de investigación cuasi experimental debido a la facilidad que ofrece para analizar los resultados mediante los dos grupos involucrados en la investigación.

Bases teóricas o conceptuales

Destrezas con criterio de desempeño

Según Araujo (2010), el término "destreza" tiene su origen en las transformaciones que experimentó la organización laboral durante el siglo XXI como resultado de las dinámicas de la sociedad y las demandas emergentes del entorno laboral. En otras palabras, este concepto se desarrolló como respuesta a la evolución social y las innovaciones introducidas en la industria.

En el ámbito laboral, la competencia de un individuo se construye a partir de la combinación de conocimientos, actitudes y valores. Por lo tanto, el concepto de destreza engloba diversos aspectos que permiten aplicar lo aprendido de manera efectiva. Según Araujo (2010), en un entorno globalizado, los trabajadores deben adquirir una variedad de destrezas tales como: habilidades básicas, comunicación efectiva, competencia numérica, alfabetización y capacidad para trabajar en equipo.

Estas habilidades son esenciales tanto para la interacción social como para el desarrollo profesional. Mientras que, en el ámbito educativo, las destrezas representan las habilidades que un estudiante adquiere durante su trayectoria académica. En la educación ecuatoriana, las destrezas son incorporadas a partir de la Reforma Curricular de 2010, la cual establece cuatro elementos fundamentales para el currículo educativo: objetivos, destrezas, contenidos y recomendaciones metodológicas.

Existen diversos currículos educativos que han evolucionado a lo largo del tiempo en busca de innovaciones para el país. Uno de estos es el Currículo 2010, titulado "Actualización y fortalecimiento curricular a la educación General Básica" propuesto durante el mandato de



Rafael Correa con el propósito de rediseñar el currículo establecido en 1996. Según el Ministerio de Educación (2010) este texto constituye un conjunto de directrices curriculares que define los conocimientos esenciales compartidos y que puede ser ajustado según las particularidades y requerimientos específicos del ambiente educativo en cuestión. En otras palabras, busca definir las destrezas y contenidos que el alumnado tiene que lograr por asignatura y curso para llegar a los objetivos educativos establecidos en el ámbito escolar.

Las Destrezas con Criterio de Desempeño (DCD) representan las competencias y conocimientos que los alumnos deben adquirir durante su proceso de formación académica. Según el Ministerio de Educación (2016), estas destrezas engloban una amplia gama de procedimientos, conceptos, actitudes y normas, destacando la importancia del saber hacer. En consecuencia, las DCD facilitan al alumnado entender los temas de cada área y analizarlos para llevar a cabo actividades de aprendizaje adaptadas a su nivel de complejidad.

Motivación en el aprendizaje de las Matemáticas

Motivación intrínseca y extrínseca. Durante la formación de estudiantes permanece la constante interacción entre los estudiantes y su docente. Siendo los primeros, quienes estarán bajo la orientación de su docente, mismo que será el responsable de la guía y aprendizaje de sus educandos. Al respecto, existen diferentes necesidades de aprendizaje en las aulas de clase, así como una variedad de responsabilidades que recaen en el docente, entre ellas se encuentra la motivación a la que el estudiante será orientado.

La motivación puede ser intrínseca o extrínseca en función a los factores que intervienen, ya sean internos o externos. Martín et al. (2009) definen a la motivación intrínseca como una herramienta capaz de superar las diferentes barreras presentes en la transmisión de



conocimientos y fomentar, el compromiso de cada individuo involucrado en la resolución de las problemáticas presentadas de manera rápida y eficiente.

En diálogo con lo anterior, Domínguez y Pino (2014) mencionan que la motivación intrínseca involucra a los factores internos como la curiosidad, necesidad e interés presente en el estudiante como respuesta a sus necesidades internas, sin la presencia de factores extrínsecos.

En cuanto a la motivación extrínseca, los factores que intervienen son externos como la presión social, recompensas o castigos. Para Gil et al. (2010), la motivación extrínseca involucra a toda acción que es efectuada a partir de una motivación ajena a la iniciativa del estudiante y en busca de refuerzos externos. En suma, Llanga et al. (2019) acotan que esta motivación no es sincera o personal, puesto que el estudiante realiza las actividades bajo un interés superficial guiado hacia la obtención de recompensas o para evitar un castigo.

En la presente investigación, con base en los argumentos antes expuestos, se asume la responsabilidad de motivar al estudiante extrínseca o intrínsecamente, pues es significativa la importancia que tiene la determinación oportuna y adecuada de los factores motivacionales que serán empleados en la implementación de la propuesta de intervención al ser estos los que determinan el tipo de motivación que conciben los estudiantes.

En las instituciones educativas predomina el interés de que los estudiantes sean activos y con ánimos de aprender, por lo que es necesario que mantengan una constante y adecuada motivación intrínseca; una motivación espontánea que surja de los intereses propios del estudiante, así como de su curiosidad y afines, para que no sea necesaria la presencia de recompensas o castigos por parte del docente y el estudiante se mantenga motivado aun cuando el docente no interviene, es decir, en procesos de autoaprendizaje.



Motivación en el desarrollo de destrezas Matemáticas. Como es natural, en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas existen diversos factores que dificultan el proceso, como el miedo hacia los contenidos o la dificultad de captar el interés de los estudiantes en el aprendizaje de la asignatura. Motivo por el cual, es preciso acudir a herramientas que aporten en la solución de la situación antes mencionada. La motivación como herramienta de enseñanza busca la viabilidad en el proceso de formación de los estudiantes en Matemáticas.

De acuerdo con Farías y Pérez (2010), para que los estudiantes conciban los contenidos matemáticos de las diferentes unidades curriculares, no basta con situarse al frente de ellos, explicarles de la mejor manera la clase y exigirles que comprendan el tema tratado. Es necesario captar su atención y generar interés espontáneo por el estudio de las Matemáticas. Es decir, es fundamental procurar el deseo genuino de los estudiantes por la obtención de respuestas a enunciados matemáticos mediante el trabajo individual o colectivo en el aula de clases.

El interés y deseo es el resultado de la dedicación de los estudiantes por la asignatura y muestra de una motivación. De manera que, los estudiantes identifiquen la importancia del aprendizaje de las Matemáticas y sean capaces de comprender su utilidad y desarrollar habilidades que les permitan la comprensión y desarrollo de problemas matemáticos.



Aprendizaje autónomo y metacognición en Matemáticas

El aprendizaje autónomo en el desarrollo de habilidades matemáticas. Basándose en los aportes de Crispín et al. (2011), el aprendizaje es un proceso multifactorial que va más allá de las instituciones educativas. Es un proceso que adicional a las aulas de clase, es desarrollado en el ambiente cotidiano de una persona con agentes externos y experiencias propias del sujeto. Existen un sinnúmero de cosas que son aprendidas inconscientemente en el diario vivir. Asimismo, de manera inconsciente se consolidan esas experiencias como nuevos conocimientos, que al trabajar en conjunto con los demás conocimientos adquiridos en instituciones educativas permiten a la persona resolver situaciones de la vida cotidiana.

El aprendizaje autónomo es aquella práctica efectuada fuera de las aulas de clase y de manera individual. El aprendizaje es concebido como aquel proceso en el cual el estudiante es el sujeto principal, pues es el responsable de autorregular su aprendizaje tomando en cuenta los procesos cognitivos empleados en este proceso (Crispín et al., 2011).

En el aprendizaje autónomo como apoyo a los procesos de autorregulación evidencia la necesidad e importancia de que el estudiante planifique, monitoree y valore los comportamientos que son ejecutados en la resolución de problemas matemáticos. Cuando el estudiante planifica, plantea objetivos y diferentes actividades que le facilite dar cumplimiento a una tarea determinada, también monitorea el proceso para dar seguimiento a la ejecución de las actividades previamente planteadas y finalmente, valora la eficacia de las actividades desarrolladas para evidenciar el resultado del aprendizaje autónomo realizado.

Al desempeñar ese proceso el estudiante es consciente de los resultados obtenidos después del esfuerzo empleado en el proceso, lo cual le motiva para dar continuidad al proceso.



En el 2014, Cárdenas escribió que la autorregulación se puede fomentar desde el aula de clase con diferentes actividades, entre ellas:

- El cuaderno viajero
- Trabajo en equipo
- Actividades lúdicas
- Comunicación con los padres

En el cuaderno viajero los estudiantes realizan sus tareas con el apoyo de sus padres mediante la revisión de la actividad y el docente evalúa. En lo que respecta al trabajo colaborativo los estudiantes que ya han comprendido los temas tratados ayudan a que los demás estudiantes lo comprendan. En las actividades lúdicas son desarrolladas dinámicas que contribuyan en la enseñanza de la temática y mediante la comunicación con los padres existe conocimiento de la formación de su representado y pueden intervenir de manera oportuna. Debido a esas características, para la presente investigación se determina al trabajo en equipo y actividades lúdicas como las principales actividades a utilizar.

Cabe señalar que, cada estudiante mantiene necesidades educativas diferentes en el aprendizaje de las Matemáticas, del mismo modo en el aprendizaje autónomo los estudiantes presentan diversos requerimientos y estrategias para su autorregulación. Es importante que el docente acompañe y fomente el aprendizaje autónomo de los discentes mediante diferentes actividades para que el estudiante sea sujeto activo de su formación, tenga consciencia de lo que aprende, desarrolle habilidades matemáticas y evidencie cómo la dedicación que involucra en su formación refleja resultados evidentes.



Metacognición y autorregulación en el contexto matemático. Mediante un aprendizaje que fomenta la autonomía, el estudiante está consciente de los procesos cognitivos que desarrolla para su formación, esa conciencia es a lo que se denomina metacognición. Para Reyes (2017) los estudiantes autorregulados son aquellos que, desde lo metacognitivo, conductual y motivacional son sujetos activos en su proceso de formación. La metacognición refiere al conocimiento y cómo se regula la actividad cognitiva, por su parte, lo motivacional hace alusión a los motivos que impulsan las decisiones y son regidas por la motivación intrínseca o extrínseca empleada.

El proceso de autorregulación consiste en que el estudiante debe prepararse para la resolución de una tarea, analizar detenidamente las características de la tarea que le ha sido asignada, planificar cómo la ejecutará, analizar los procesos mentales que está desarrollando y los resultados obtenidos posterior a cada acción manteniendo reflexión sobre su proceso de aprendizaje viéndose a sí mismo como un sujeto activo y en formación.

Resolución de problemas matemáticos y estrategias heurísticas

Resolución de problemas matemáticos. De acuerdo con los aportes de Pérez y Beltrán (2011), la expresión “resolución de problemas”, va más allá de un punto de llegada o un momento final, si no involucra un laborioso proceso de búsqueda, ensayos, aciertos y errores en el proceso mental. En suma, Espinoza (2017) menciona que resolver problemas es una actividad común durante la enseñanza y el proceso de aprendizaje en el área de Matemáticas. El mismo autor acota también que puede deberse a la obra “How to solve it”, de Pólya escrita en 1965, misma que fomentó el análisis del proceso de resolución de problemas matemáticos.

El planteamiento de un problema matemático busca el razonamiento del estudiante con el objetivo de que posterior a su resolución el estudiante adquiriera un conocimiento nuevo. De esta manera, se procura el aprendizaje autónomo a través de una motivación intrínseca cuyos



resultados sean visualizados cuando el discente sea quien razone, resuelva el problema planteado y lo aplique sin requerir de indicaciones en diferentes contextos; situación denominada a-
didáctica.

Donoso et al. (2020), mencionan que la resolución de problemas matemáticos consiste en una serie de pasos cuya complejidad varía en función de los enunciados planteados. El contexto es involucrado, puesto que el estudiante debe razonar y argumentar según sus experiencias y trabajando conjuntamente con las habilidades de resolución de problemas que éste ha desarrollado.

Con todo y lo anterior, la resolución de problemas matemáticos involucra directamente a los alumnos, su docente y sus capacidades de razonamiento, siendo el razonamiento parte fundamental del proceso; sin embargo, algunos estudiantes creen que la resolución de problemas matemáticos consiste en la resolución de planteamientos rutinarios que ameritan la aplicación de procesos mecanizados para su práctica, por lo que el docente es un factor principal en esta situación, ya que será quien razone en primeras instancias con los estudiantes aclarando las dudas existentes y orientando a un eficiente razonamiento por parte de los estudiantes.

Estrategias heurísticas en la resolución de problemas. Zenteno (2017) menciona que “aprender matemáticas es hacer matemáticas y hacer matemáticas es aprender a resolver problemas” (p. 8), por lo que el principal objetivo de las Matemáticas y su estudio es justamente la resolución de problemas. En el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura han estado presentes continuamente los planteamientos de problemas y la búsqueda de su resolución, para lo cual se han empleado diferentes estrategias y métodos, entre ellos métodos heurísticos.

En relación con los métodos heurísticos, Ortiz (2002) indica que es una herramienta capaz de procurar la autonomía del estudiante en el análisis y búsqueda de soluciones a las



situaciones planteadas por su docente. Dicho proceso parte del planteamiento de la situación problema por parte de su docente, seguido por una revisión del enunciado guiado por el docente y analizado junto con los estudiantes. El docente brinda las pautas iniciales necesarias para que el estudiante se sitúe en la situación problema e indague sobre posibles soluciones, para ello el docente puede servirse de preguntas dirigidas y orientadas a la reflexión y comprensión de los alumnos.

Los estudiantes desarrollan sus habilidades en la resolución de problemas matemáticos a medida que los ejercitan, para Pérez y Beltrán (2011), el carácter procesal y estructural no consiste únicamente en el conjunto de reglas, pasos o cálculos, sino en un sistema de acciones meditadas e intencionadas cuyo objetivo es el resolver una situación. Existen diversas propuestas para métodos heurísticos y su aplicación en las Matemáticas. A continuación, se exponen tres de ellos en los que se visualizan las similitudes y diferencias más relevantes.

Pólya: comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y verificar los resultados.

Schöenfeld: analizar y comprender el problema, diseñar y planificar la solución, explorar soluciones y verificar.

Müller: orientar, elaborar la solución, realizar y evaluar resultados.

En los tres existe gran similitud y a pesar de las pequeñas variantes en cada propuesta, se mantiene la intención de un adecuado análisis e inferencia del problema antes del planteamiento de la solución. Sin embargo, para los fines de la investigación se elige el método Pólya como el idóneo para trabajar, ya que la síntesis en los pasos propuestos por el método y la implementación de recursos heurísticos para trabajar con problemas brindan a los estudiantes un método viable para llegar a la solución.



Álvarez (2020) identifica el método heurístico como una didáctica pedagógica que hace del estudiante el sujeto primordial en su formación, debido a que el estudiante es el sujeto que experimenta con diversas opciones para dar respuesta a los problemas establecidos por su docente. El último aspecto es el responsable de plantear los problemas, facilitar el material y ser únicamente un guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Peña et al. (2021) expresan que el uso de un método heurístico aumenta el rendimiento académico de los alumnos porque para que el estudiante pueda resolver un problema primero debe comprenderlo y los métodos heurísticos contribuyen justamente en el análisis y comprensión del problema para su posterior implementación de un proceso de resolución.

Cabe concluir que el uso de métodos heurísticos en la formación de estudiantes es muy importante ya que para trabajar alguna situación es necesario comprenderla con antelación, caso contrario, el alumno se expone al planteamiento de procesos que no corresponden a los datos disponibles, ajenos a la solución esperada e incompatible con las herramientas disponibles.

Actividades de refuerzo

Importancia de conectar nuevos conocimientos con los conocimientos previos para el logro de las destrezas planteadas. Mota y Valles (2015) señalan la importancia del dominio de los conocimientos previos para la adquisición de los conocimientos nuevos. Los saberes previos son una parte fundamental para el aprendizaje significativo, pues actúan como el punto de anclaje y partida para el estudio de nuevas temáticas.

En Matemáticas se han planteado, en diferentes ocasiones, la necesidad de un aprendizaje secuencial con la finalidad de que los estudiantes cursen sus años lectivos adquiriendo los conocimientos previstos.



A nivel de bachillerato es evidente la necesidad de que los alumnos dominen los contenidos de básica y básica superior, pues los contenidos analizados en dichos cursos son aplicados en la resolución de planteamientos matemáticos (Mota y Valles, 2015).

En diálogo con ello, Meneses y Peñaloza (2019) consideran que para la presencia de un aprendizaje significativo son necesarias situaciones en las que los estudiantes asimilen los nuevos contenidos estudiados con los que ya domina y conoce. En consecuencia, los discentes adquirirán motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje y será el docente quien aplique los métodos y recursos ideales para cada etapa del proceso. Así, es evidente la necesidad de vincular los contenidos anteriores con los actuales para desarrollar un aprendizaje significativo, en consecuencia, si los estudiantes no dominan los conocimientos previos no podrán mantener esa relación y los conocimientos nuevos no serán adquiridos de manera eficiente, generando deficiencias en las destrezas previstas y dejándolas inconclusas.

Actividades de refuerzo basadas en el método Pólya. De acuerdo con Meneses y Peñaloza (2019), se debe procurar analizar los planteamientos matemáticos, discernir la información importante, diseñar planes de resolución, ejecutar adecuadamente los métodos y algoritmos y la validación de los resultados. Todos estos aspectos son habilidades necesarias que el discente requiere desarrollar para la resolución de problemas matemáticos. Para consecución del desarrollo de habilidades, el docente debe fomentar la enseñanza basada en el desarrollo de competencias. Para la resolución de problemas matemáticos, se dispone de un método denominado **Método Pólya**, propuesto por George Pólya que consiste en cuatro pasos mencionados anteriormente y que son descritos a continuación:

Paso 1: comprender el problema, es un paso de mucha importancia ya que para la resolución del problema es necesaria su comprensión. El estudiante puede responderse preguntas



como: ¿cuál es la respuesta que pide? ¿qué datos nos da? ¿la respuesta está condicionada?

¿existen suficientes datos para determinar la incógnita? ¿no son suficientes los datos?

Paso 2: en este paso el alumno concibe un plan que se origina a partir del conocimiento obtenido en el paso anterior, junto a su imaginación y creatividad analiza las diferentes opciones de resolución disponibles y plantea la que más eficiente le luzca. Aquí los estudiantes experimentan con las diferentes posibilidades mediante el ensayo y error.

Paso 3: posterior al diseño del plan, en este paso el estudiante lo ejecuta, es el paso que emplea más tiempo en comparación con los demás pasos ya que consiste en desarrollar todas las actividades y métodos planteados con anterioridad por el estudiante.

Paso 4: en este último paso, el estudiante realiza una retrospectiva del paso anterior con la finalidad de revisar de no haber cometido algún error e identificar las ventajas o desventajas de las actividades desarrolladas y aprender de ello para las futuras resoluciones de problemas.

La implementación del método de Pólya no está orientada únicamente a la ejecución de pasos para llegar a un resultado, sino que se empleen los conocimientos y destrezas del estudiante para mejorar su capacidad de planeación y ejecución de estrategias que le procuren el éxito en la resolución de problemas matemáticos. Pueden ser empleados en un aprendizaje autónomo, actividades de refuerzo o en las clases regulares.

Efectividad del método Pólya en el desarrollo de destrezas matemáticas. Durante el desarrollo de las clases de matemáticas es necesaria la intervención del docente para fomentar el desarrollo de diferentes habilidades matemáticas como saber deducir, argumentar, perseverar, comunicar, cuestionar, inferir e improvisar frente a los diferentes enunciados matemáticos que se le presente al estudiante. Todas estas habilidades que fomentan la implementación del método Pólya mediante sus cuatro pasos.



De acuerdo con Gómez y Jácome (2018), este método es considerado una guía adecuada en el desarrollo y resolución de problemas matemáticos que utiliza el razonamiento del estudiante para la realización del proceso procedimental para dar solución a una problemática planteada. En este sentido, el alumno genera a partir del análisis y razonamiento del planteamiento matemático, un plan de acción que ejecutará de manera que desarrolle su proceso cognitivo conjuntamente con la creación de estrategias viables para la resolución de problemas matemáticos. Finalmente, la efectividad del método Pólya incide directamente en las habilidades del estudiante para analizar, comprender y resolver problemas matemáticos.

Bases legales

La Constitución de la República del Ecuador (Asamblea Nacional, 2008) , en su artículo 27 menciona que, durante el proceso de formación de un estudiante, él será situado como centro del proceso educativo y se garantizará el desarrollo holístico del mismo, contemplando los derechos humanos que éste posee por lo que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se procurará que el estudiante como sujeto activo de su proceso de formación, se sienta identificado y contemple el sentido de estudiar los contenidos curriculares.

Asimismo, la Constitución del Ecuador en su artículo 29 garantiza la libertad de enseñanza en la educación, por lo que el docente tiene la potestad de decidir qué métodos, técnicas e instrumentos emplear en el transcurso de la clase para que los estudiantes capten los contenidos estudiados y que las herramientas empleadas estén acordes a los requerimientos de los estudiantes.

Reflexiones del capítulo

Partiendo de la sistematización teórica del tema de estudio se ha evidenciado teóricamente la necesidad del desarrollo adecuado y oportuno de las destrezas correspondientes a



cada año lectivo, pues la educación a lo largo de todos sus niveles escolares se rige por un avance secuencial, mismo que necesita la comprensión de las destrezas de niveles anteriores para su continuidad en la obtención de nuevas destrezas con la finalidad de lograr un aprendizaje significativo en la formación de los estudiantes.

En contraste con la realidad que se presenta en la Unidad Educativa Juan Bautista, se mantiene la necesidad de procurar el aprendizaje significativo de los estudiantes, ya que estos no desarrollan oportunamente la totalidad de las destrezas esperadas, suceso que ha sido identificado durante la realización de las prácticas pre-profesionales desarrolladas en la institución.

Capítulo 2: Marco metodológico

Paradigma y enfoque

La presente investigación articula la teoría con la práctica, toma las bases teóricas estudiadas en el apartado denominado “Marco teórico” y relaciona con la práctica en busca de una cohesión y coherencia lógica. Además, la investigación adquiere la investigación acción participativa, para lo cual se define al paradigma socio-crítico como el indicado para la investigación.

De acuerdo con Vera (2018), el paradigma socio-crítico busca que, en la educación, se tome a la teoría respecto a un tema y se lo sitúe en la práctica docente, asimismo, permite con base en la crítica social reflexiva, transformaciones sociales. Para la presente investigación se asume ese paradigma con el fin de promover cambios sociales procurando solventar las problemáticas presentes en la institución, integrando a los miembros involucrados en el proceso para el bien común de su comunidad educativa.



El enfoque de esta investigación es mixto, ya que para el análisis del objeto de estudio se emplean diversas técnicas e instrumentos propios de enfoques cualitativos y cuantitativos, tales como: entrevistas, encuestas, cuestionarios y test. Para Hernández et al. (2018) el enfoque mixto no trabaja en la completa subjetividad o en la completa objetividad de los métodos cualitativo y cuantitativo respectivamente, el enfoque mixto permite que los datos cualitativos tengan respaldos cuantitativos y viceversa.

El enfoque mixto consiste en un conjunto de procesos críticos, empíricos y sistemáticos de investigación que trabajan con datos recolectados, sean estos cualitativos y cuantitativos, integrándose con la finalidad de comprender y trabajar el objeto de estudio (Hernández et al., 2018).

Tipo de investigación

El tipo de investigación del presente proyecto es de tipo cuasi-experimental, de acuerdo con Hernández y Mendoza (2018), este tipo de investigación es aplicada cuando se manipula la variable independiente para visualizar los efectos en la variable dependiente, en dicha investigación existen dos grupos ya definidos antes de la intervención con los que se trabajan y son: el grupo experimental, en el cual se manipula la variable independiente y el grupo control, en el que no interviene la variable independiente.

En la investigación en el grupo experimental se analizan los cambios que presenta la variable dependiente y el seguimiento del grupo control tiene la finalidad de contrastar los resultados obtenidos.

Población y muestra

La población de la investigación es determinada por el total de estudiantes de la Unidad Educativa Juan Bautista que cursan el segundo de bachillerato, es decir los paralelos E, D y



Técnico. La población consta de 74 estudiantes de segundo de bachillerato, de los cuales 28 pertenecen al paralelo D de BGU, 29 al paralelo E de BGU y 24 al Bachillerato Técnico (BT).

Por interés de los investigadores, el número de estudiantes y el tiempo de horas clase, los paralelos E y D de BGU son definidos como la muestra para la investigación, ya que el segundo de BT tiene menos horas de clase en la semana, además, tiene un número menor de estudiantes en comparación con los paralelos E y D de BGU. Debido a la reorganización del alumnado en la Unidad Educativa, el paralelo E fue reasignado como paralelo C, por ende, se produjeron algunos cambios en los estudiantes que forman este paralelo. Sin embargo, se trabaja con la homologación de la muestra, ya que los estudiantes muestran los mismos problemas identificados en el diagnóstico, tienen edades promedio similares y enfrentan las mismas dificultades de aprendizaje en el aula de clases.

Operacionalización de las variables de estudio para el desarrollo de actividades de refuerzo basadas en el método Pólya en el segundo de BGU de la U.E. Juan Bautista

A continuación, se presenta la Tabla 1 de la operacionalización de las variables, con las dimensiones e indicadores correspondientes. Se conceptualiza las variables de la investigación para una mejor comprensión sobre el objeto de estudio. Las destrezas son las aptitudes y conocimientos fundamentales que los alumnos deben adquirir durante su trayectoria educativa. Según el Ministerio de Educación (2016), estas destrezas abarcan una variedad de habilidades, con un énfasis en la capacidad de aplicar el conocimiento en situaciones prácticas, estas destrezas son fundamentales para que los estudiantes comprendan los temas abordados en una asignatura.

De acuerdo con los criterios de Meneses y Peñaloza (2019), en la enseñanza de las Matemáticas es importante examinar los planteamientos, identificar la información relevante,



**UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN**

elaborar estrategias de resolución, aplicar métodos y algoritmos de manera adecuada, y verificar la precisión de los resultados. Estos elementos representan las habilidades esenciales que un estudiante debe desarrollar para resolver problemas matemáticos, por eso el docente debe promover la enseñanza centrada en el desarrollo de competencias. Además, los autores mencionan un método específico para la resolución de problemas matemáticos, conocido como el "método Pólya", propuesto por George Pólya, el cual consta de cuatro pasos comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida.



Tabla 1

Operacionalización de la variable

Variables	Dimensiones	Subdimensiones	Indicadores	Forma valoración	Técnica/ instrumento
Variable dependiente: Destrezas parcialmente logradas	Conocimiento conceptual y procedimental	Álgebra y funciones	Resuelve sistemas de ecuaciones de 3x3	9.5-10 Excelente	Pretest y postest/ cuestionario
			Determina el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértice de las funciones lineales y cuadráticas.	9.0-9.4 Sobresaliente 8.0-8.9 Muy buena 6.5-7.9 Buena	
Identifica progresiones aritméticas y geométricas mediante propiedades y fórmulas.	5.1-6.4 Insuficiente 1.0-5.0 Reprobado				
Geometría y medida	Emplea vectores geométricos en el plano.	9.5-10 Excelente 9.0-9.4 Sobresaliente 8.0-8.9	Pretest Postest Cuestionario		
	Efectúa operaciones con vectores	Muy buena 6.5-7.9 Buena 5.1-6.4 Insuficiente 1.0-5.0 Reprobado			
	Determina la ecuación canónica de la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola.				



Habilidades metacognitivas	Planificación	Anticipa a las actividades a realizar			
	Verificación	Supervisa y gestiona de manera eficiente sus tareas.			
	Evaluación	Analiza su desempeño académico.	Muy bueno	Observación participante Diario de campo	
		Identifica los aspectos a mejorar.	Bueno Regular Malo Muy malo		
	Aprendizaje autónomo	El estudiante es capaz de ser responsable y auto dirigido.	Interpretación de respuestas		
	Motivación	Expresa interés.			
Demuestra dedicación.					
Participa de manera activa en clase.					
Variable Independiente: Actividades de refuerzo con el método Pólya	Temas de refuerzo	Contenidos de álgebra y funciones	Los estudiantes resuelven los problemas planteados de acuerdo a las destrezas correspondientes.	9.5-10 Excelente 9.0-9.4 Sobresaliente 8.0-8.9 Muy buena 6.5-7.9 Buena 5.1-6.4 Insuficiente 1.0-5.0 Reprobado	Pretest Postest Cuestionario
		Contenidos de geometría y medida			



Apoyo y Recursos	Materiales didácticos	Los materiales empleados viabilizan la resolución de los problemas planteados.	Muy bueno Bueno	Observación participante Diario de campo
	Tutorías individuales o grupales	El apoyo brindado a los estudiantes solventa las necesidades que estos presentan.	Regular Malo Muy malo	
	Ejercicios guiados			
Tiempo y frecuencia	Duración de las sesiones de refuerzo	El tiempo destinado es suficiente para la realización de las actividades	Muy frecuentemente Frecuentemente Ocasionalmente Raramente Nunca	Observación participante Diarios de campo
	Periodo de implementación del método Pólya			
	Frecuencia de las actividades de refuerzo	La frecuencia con la que se realiza es adecuada para un adecuado aprendizaje	Interpretación de respuestas	
Evaluación	Desarrollo de las destrezas trabajadas	El estudiante resuelve el problema empleando las destrezas requeridas	9.5-10 Excelente 9.0-9.4 Sobresaliente 8.0-8.9	Postest Observación participante
	Aplicación del método Pólya en la resolución de problemas matemáticas	Comprender el problema	Muy buena 6.5-7.9	
		Concebir un plan	Buena 5.1-6.4 Insuficiente	
		Ejecución del plan	1.0-5.0 Reprobado	
	Examinar la solución obtenida			



Métodos, técnicas e instrumentos de investigación.

Para la toma de información necesaria para este proyecto se recurre a información digital disponible en la web, en páginas como Google Académico, Redalyc y libros, mismas que contienen información que se la puede citar por su veracidad y confiabilidad. Además, se recolectó información mediante la observación áulica.

Como parte de las técnicas de investigación y recolección de datos aplicadas en el estudio, se utilizan encuestas, entrevistas, pretest, postest, revisión literaria y observación áulica. La encuesta, para Kuznik et al. (2010), es una técnica para la recolección de datos práctica y sencilla, brinda al investigador una variedad de información cuantitativa que necesita ya que la encuesta contiene preguntas de interés del investigador, motivo por el cual dicha técnica es tomada, con el objetivo de recopilar información cuantitativa que contribuyan en el análisis del objeto de estudio.

La entrevista se emplea para la toma de información mediante la realización de una serie de preguntas al docente, de acuerdo con Díaz et al. (2013), es también un instrumento técnico que en la conversación adopta mayor libertad, pero sin perder de vista su propósito, es también una técnica para recolectar datos que no limita la respuesta de la persona entrevistada, en su lugar, da libertad de expresión y nos facilita información más profunda y espontánea. En la investigación se aplica una entrevista estructurada ya que permite al entrevistador, aclarar cualquier duda que resulte emergente de la conversación para que al final de la entrevista hayan quedado aclaradas todas las dudas existentes y con información verídica del objeto de estudio.

De acuerdo con Salinas y Cárdenas (2009), la aplicación de un pretest y postest facilita al investigador la interpretación de los resultados obtenidos, permitiendo la comparación de los conocimientos iniciales de un grupo frente a los conocimientos que mantienen posterior a un



tratamiento experimental sean estos positivos o negativos, es decir, sea que el tratamiento haya tenido resultados favorables o no, por lo que la investigación hace uso del pretest y postest para que permita la diferenciación y evidencie los conocimientos en una etapa anterior y posterior de respecto a los grupos involucrados en la investigación.

La revisión literaria para Torres y López (2014), es una herramienta mediante la cual se revisaron documentos y artículos ya publicados, revisándola desde el punto de vista conveniente a la investigación en curso. Los documentos y artículos revisados fueron seleccionados con rigor, ya que estos deben ser confiables para poder tomar en consideración la información expuesta.

Finalmente, la observación áulica fue aplicada para el análisis del proceso de formación de los alumnos, en una etapa inicial para diagnosticar las problemáticas presentes en el aula y posterior a ello para el análisis de la incidencia de la propuesta de intervención. Para Navarro (2013), la observación áulica se realiza en una determinada situación y es un proceso que permite recolectar información y a su vez, da la oportunidad, a quien lo realice, de detectar características particulares de la situación que se encuentre observando.

Análisis y discusión de los resultados del diagnóstico.

El análisis y discusión de resultados son presentados acorde a los datos obtenidos con los instrumentos aplicados para el diagnóstico de la problemática, entre ellos, la encuesta a los estudiantes, la entrevista a la docente y la observación áulica realizada en los terceros de BGU C y D. Posterior a ello, el análisis de la información consiste en efectuar la triangulación según los datos obtenidos con los instrumentos que corresponden a cada una de las técnicas.

La primera etapa del diagnóstico en el presente proyecto, consistió en la observación a los segundos de bachillerato E y D de la Unidad Educativa Juan Bautista. Como resultado se



determinó la problemática existente en los cursos evidenciada por la notoria falta de conocimientos previos correspondientes a las destrezas estudiadas en los años lectivos anteriores.

En el desarrollo de las clases se trabajan las destrezas correspondientes al año lectivo en curso; sin embargo, para la resolución de problemas matemáticos se recurre a destrezas previas, mismas que no son dominadas por los estudiantes en su ejecución ya que no resuelven planteamientos matemáticos que las involucren.

Se han identificado diversas problemáticas relacionadas con el desarrollo de destrezas matemáticas por parte de los estudiantes. Notando que muchos de ellos enfrentan dificultades al intentar aplicar conceptos matemáticos que requieren el dominio de destrezas previas. En varios casos, los estudiantes luchan por ejecutar adecuadamente estas habilidades anteriores, lo que parece estar afectando su capacidad para asimilar nuevas habilidades en la materia. El docente, durante las clases, prioriza la introducción de nuevos conceptos y destrezas, sin dedicar tiempo específico para revisar o reforzar las destrezas previas. Esta falta de atención a las habilidades fundamentales puede contribuir al estancamiento en el aprendizaje y dificultar el progreso académico de los estudiantes.

Con el objetivo de contrastar los resultados de la observación áulica con otro punto de vista, fue efectuada una entrevista al docente profesional asignada para la pareja pedagógica, en la cual se trataron los mismos temas de la problemática observada, partiendo por preguntarle sobre las principales problemáticas que evidencia en su labor docente, donde menciona: “los jóvenes y señoritas estudiantes cursan al tercero de BGU sin saber lo necesario para continuar con los temas nuevos, cuando se les pide resolver algo no lo hacen ya que no dominan lo que ya estudiaron”, denotando como la principal aquella situación en la que los estudiantes no dominan los aprendizajes previos necesarios para el estudio de las nuevas destrezas académicas.



Esta falta de dominio de las destrezas previas obstaculiza su capacidad para asimilar eficazmente nuevos conocimientos. Además, el docente reconoce la importancia crucial de que los estudiantes dominen estas destrezas previas, coincidiendo con la percepción de los propios estudiantes sobre su nivel de logro en este aspecto. De igual forma, coincidiendo con los criterios de Mota y Valles (2015), quienes mencionan la importancia del dominio de destrezas en los diferentes años lectivos, definiendo como punto de anclaje a los conocimientos previos frente a la adquisición de nuevas destrezas.

Sin embargo, se enfrenta a la dificultad de interrumpir la enseñanza de nuevas destrezas en cada sesión para abordar las carencias en las habilidades previas, lo que sugiere un desafío en la gestión del tiempo y la planificación de las clases.

Adicionalmente fue aplicada una encuesta a la muestra de la investigación, constó de 8 preguntas cerradas enfocadas en el análisis de la percepción de los estudiantes sobre su propio proceso de formación, en el dominio de las destrezas estudiadas y su apreciación sobre el uso de conocimientos previos en el nuevo año lectivo. La muestra de la investigación está formada por 57 estudiantes, de la cual el 98,25% de los alumnos tuvieron la disposición para desarrollarla, pues un estudiante se opuso a responder la encuesta. Los resultados se detallan a continuación en el orden de las preguntas realizadas.

1. ¿Tiene conocimiento de que para cursar cada año lectivo debe dominar los temas matemáticos estudiados en ese año?

De acuerdo a los resultados obtenidos en la pregunta 1, el 79% de los estudiantes mencionan que si saben que deben dominar los contenidos estudiados en cada año mientras que el 21% menciona que no, denotando que ese 21% del alumnado no considera necesario el logro de las destrezas correspondientes a cada año lectivo, anulando la funcionalidad de cada destreza



a lo largo de su formación en los diferentes cursos e ignorando la relación que mantienen unas con otras, situación que se pronuncia mediante el desinterés por el estudio de los contenidos de cada año lectivo.

2. ¿Considera haber logrado los contenidos matemáticos estudiados en años lectivos anteriores?

De acuerdo con los resultados obtenidos en la pregunta 2, la mitad de los estudiantes menciona que si cree haber logrado los contenidos matemáticos estudiados en los años lectivos anteriores y la otra mitad menciona que no los ha logrado, sin embargo, en la realidad se observa que el porcentaje de estudiantes que no dominan los contenidos estudiados con anterioridad supera el 50% de la población encuestada.

3. ¿Cree Ud. que los temas de Matemática estudiados en años lectivos anteriores se emplean en el año lectivo actual en nuevos procedimientos matemáticos?

De acuerdo con la pregunta 3, la gran mayoría de los estudiantes tienen presente la necesidad de dominar las destrezas previas para su aplicación en nuevos procedimientos matemáticos. Únicamente el 9% de los estudiantes respondieron que no se emplean los conocimientos previos en la actualidad.

4. ¿Considera estar listo para trabajar todos los temas de Matemática estudiados en años lectivos anteriores?

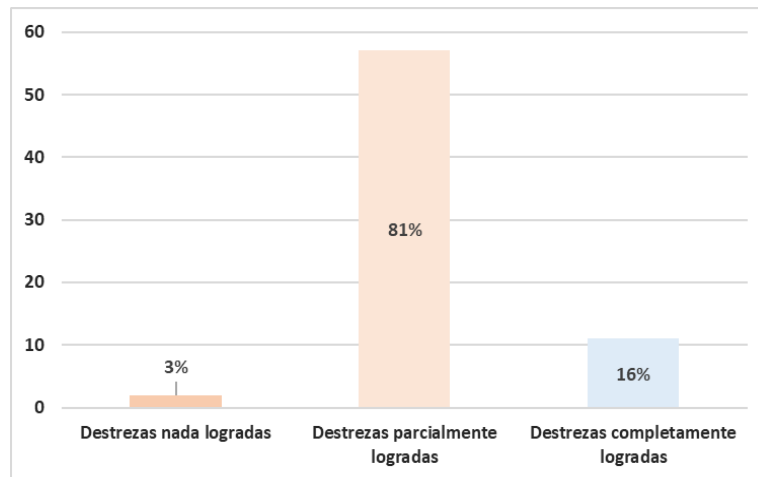
La disposición de los estudiantes para emplear conocimientos previos obtenida a través de los resultados de la pregunta 4, denota que el 90% de los alumnos no están preparados para aplicar la totalidad de las destrezas estudiadas en años lectivos anteriores, situación que se evidencia mediante la dificultad que estos presentan en la aplicación de conocimientos previos para la resolución de problemas matemáticos.



5. ¿De acuerdo a la siguiente clasificación, señale la que considere que corresponde a sus destrezas previas?

Figura 1

Percepción de los estudiantes sobre el logro de los contenidos matemáticos



Como se observa en la Figura 1, el 81% de los alumnos indican tener destrezas parcialmente logradas, lo cual le permite la resolución parcial de los problemas matemáticos, sin llegar a la solución de los mismos, el 3% de los estudiantes mencionan tener las destrezas nada logradas, y el 16% mencionan tenerlas completamente logradas.

6. ¿Considera necesario y oportuno un refuerzo de los temas que no se han logrado en su totalidad durante los años lectivos anteriores?

De acuerdo con los resultados indicados en la Pregunta 6 se denota el deseo del 96% de los alumnos por recibir un refuerzo de aquellas destrezas previas que necesitan dominar, ya que es necesario para la resolución de problemas matemáticos y por su parte, el 4% respondió que no necesita un refuerzo para dichos temas.

7. ¿Conoce Ud. el método Pólya, como un método empleado para la resolución de problemas?

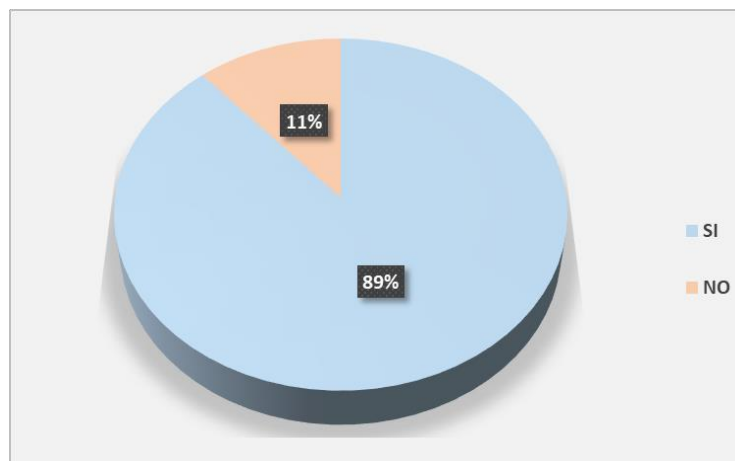


El método Pólya, es conocido por ser un método que, en la resolución de problemas matemáticos, proporciona un sistema de resolución basado en cuatro pasos que le facilitan al estudiante resolver los problemas con la disminución del riesgo a cometer errores en el proceso y con un mayor dominio del procedimiento. Sin embargo, en la pregunta 7 se concluye que el 90% de los estudiantes no conocen de la existencia de dicho método, por lo cual su aplicación se encuentra ausente.

8. En caso de no conocer el método Pólya, ¿le gustaría conocer e implementar dicho método en la resolución de planteamientos matemáticos?

Figura 2

Aceptación para la implementación del método Pólya



Los estudiantes tienen presente que los problemas que tienen en la resolución de problemas matemáticos van más allá de la falta de dominio de las destrezas necesarias, por lo que al saber que pueden aprender un método que les apoye en la resolución de dichos problemas con la aplicación de las destrezas necesarias, denotan bastante interés por estudiarlo, resultados evidenciados en la Figura 2.



Triangulación de los resultados obtenidos

A continuación, en la Tabla 2, empleando la técnica de la triangulación se presenta el análisis de los datos obtenidos en el diagnóstico con base en las destrezas matemáticas parcialmente logradas en el proceso de enseñanza-aprendizaje en los segundos de bachillerato C y D de la Unidad Educativa Juan Bautista.

Cabe señalar que en la triangulación de los resultados obtenidos se incluyen los resultados de la observación áulica, entrevista y encuesta, la siguiente tabla no incluye resultados del pretest ya que por interés de la investigación se opta por analizar los resultados del pretest por separado, debido a que la investigación trabaja directamente sobre las destrezas matemáticas, el análisis de los resultados del pretest se realiza de manera individual para analizar cada una de las destrezas evaluadas en el instrumento por separado expresando los datos cualitativos y cuantitativos obtenidos con mayor énfasis.

Tabla 2

Triangulación de los resultados del diagnóstico

Fuente de Datos	Tipo de Datos Recopilados	Resultados
Encuesta a estudiantes	Respuestas a preguntas cerradas sobre las destrezas matemáticas estudiadas.	A partir de las respuestas de los estudiantes se detalla que saben que en cada año lectivo deben adquirir determinadas destrezas; sin embargo, aprueban el curso sin el dominio de las mismas. Los estudiantes tienen presente que para el aprendizaje de las nuevas destrezas requieren el dominio de las destrezas anteriores, pero admiten que no dominan tales destrezas. Los estudiantes señalan que les gustaría tener un espacio de refuerzo para practicar y reforzar las destrezas previas.
Entrevista al docente	Transcripción de entrevista sobre desafíos en el aula respecto	De acuerdo con el docente que imparte la asignatura, los estudiantes llegan al nuevo año lectivo sin dominar las destrezas necesarias para haber aprobado el curso anterior.



	al logro de las destrezas matemáticas.	El docente reconoce la importancia del dominio de destrezas previas para el aprendizaje de nuevas destrezas y concuerda con la percepción de los estudiantes sobre su logro en las destrezas previas. El docente menciona también que no es viable detener la enseñanza de las nuevas destrezas en cada clase para enseñar destrezas que los estudiantes ya deberían dominar.
Observaciones en el aula	Observación sobre el dominio de los estudiantes de destrezas previas.	En el aula de clase se observa que los estudiantes tienen complicaciones para desarrollar planteamientos matemáticos que implican la ejecución de destrezas previas. Se observan casos en los que estudiantes luchan por aplicar correctamente las destrezas anteriores sin lograrlo, lo que puede estar afectando su capacidad para adquirir nuevas habilidades. Durante las observaciones en el aula, se nota que el docente prioriza la introducción de nuevas destrezas y conceptos durante la clase, y no dedica tiempo específico para revisar o reforzar las destrezas previas.

A partir de los datos obtenidos en cada uno de los instrumentos se realiza una evaluación cualitativa general y se determina que los estudiantes de los segundos de bachillerato E y D de la Unidad Educativa Juan Bautista no dominan en su totalidad las destrezas estudiadas en los años lectivos anteriores, lo que genera un vacío de conocimientos que repercute en el aprendizaje de las nuevas destrezas, así como en el desarrollo de las clases. Finalmente, se concluye que existe la evidente necesidad de implementar sesiones de refuerzo que aporten al dominio de las destrezas previas y se destaca la disposición de los estudiantes involucrados en la muestra de la investigación a ser partícipes de las mismas.

Finalmente se evalúan los conocimientos conceptuales que mantienen los estudiantes involucrados en la investigación mediante la realización de un pretest, cuyas preguntas se enfocan en la aplicación de las destrezas matemáticas estudiadas. A continuación, se analizan los resultados del pretest en función de las destrezas involucradas en el mismo.



Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas empleando el método de reducción (Ref. M.5.1.10.)

Para la evaluación de la destreza en mención se plantea un sistema de ecuaciones lineales de 3×3 y se pide que sea resuelto a través de la aplicación del método de reducción. El método fue elegido con la participación de su docente, quien mencionó que es el método con el que más se relacionan los estudiantes, por lo tanto, el método que más dominan.

Posterior a la revisión del trabajo realizado por los estudiantes se puede constatar que la mayoría de los estudiantes no dominan el método de reducción para la resolución de sistemas de ecuaciones, pues, solo el 10,53% de los estudiantes que rindieron el pretest demostraron dominio de la destreza obteniendo los valores de las incógnitas, mientras que el 89,47% de los alumnos evidencia confusión en este proceso debido a que, para su resolución desarrollan operaciones ajenas al objetivo situándose muy lejanos de llegar a la solución del sistema. Esta información indica que no identifican las incógnitas del problema. Además, por los resultados es evidente que los estudiantes no dominan la destreza.

Determina el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértices en funciones lineales y cuadráticas (Ref. M.5.3.1.)

Para la evaluación de esta destreza se plantean una ecuación lineal y cuadrática, en las que los alumnos debían determinar los elementos existentes para cada función entre su dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértices.

En la revisión de esta actividad se calificó 10 logros que determinan el nivel de aprendizaje de los estudiantes, mismos que se categorizan de acuerdo a la siguiente escala realizada en función de la escala dispuesta por el Ministerio de Educación.



Tabla 3

Escala de calificaciones proporcionada por el Ministerio de Educación

Escala cualitativa	Equivalencia
Domina los aprendizajes	9,00 – 10,00
Alcanza los aprendizajes	7,00 – 8,99
Está próximo a alcanzar los aprendizajes	4,01 – 6,99
No alcanza los aprendizajes	Menor o igual a 4

De acuerdo a la escala expuesta y en relación a los resultados obtenidos por los alumnos que rindieron el pretest se determina que ningún de los estudiantes dominan los aprendizajes requeridos, el 1,75% de los alumnos alcanzan los aprendizajes requeridos, el 40,35% del alumnado están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos y el 57,90% no alcanzan los aprendizajes requeridos. Durante la revisión de los logros se evidencia que la mayoría de los estudiantes no determinan el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértice de las funciones planteadas. En conclusión, los estudiantes no dominan la destreza evaluada.

Sumar, restar vectores y realiza producto punto de un vector de forma geométrica y de forma analítica (Ref. M.5.2.3.)

Para la evaluación de la presente destreza se plantean dos preguntas, en la primera se evaluó el producto punto entre vectores, y en la segunda se evaluó la suma y resta entre dos vectores junto con la gráfica de cada vector resultante. El 17,54% de los estudiantes determinaron el producto punto entre vectores de manera correcta, mientras que el 82,46% llegaron a la respuesta correcta, es decir, la mayoría de estudiantes desconoce el procedimiento para hallar el producto punto entre vectores.

En la segunda pregunta se evaluaron cuatro logros sobre la suma y resta de vectores con la gráfica del vector resultante. El 10,53% de los estudiantes resolvieron correctamente las operaciones de suma y resta en la incluyeron la representación gráfica del vector resultante en el



plano cartesiano. El 10,53% obtuvieron tres logros de los cuatro, denotando complicaciones en la representación gráfica del vector resultante en la operación resta de vectores. El 22,81% obtuvieron dos de los cuatro logros, evidenciando dificultades en la resta de vectores y en su representación gráfica. El 7,02% de los estudiantes obtuvo uno de los cuatro logros, acertando únicamente en la suma de vectores y el restante 49,11% de los estudiantes no obtuvo ninguno de los cuatro logros. Los resultados reflejaron la necesidad de retroalimentar la resolución de operaciones entre vectores, entre ellos, el producto punto, adición y sustracción de vectores y la determinación gráfica del vector resultante.

Realiza operaciones con funciones aplicando las propiedades de los números reales (Ref. M.5.3.1.)

La destreza fue evaluada mediante el planteamiento de una composición de dos funciones evaluada en un número en la que se calificaron dos logros. El 24,56% de los estudiantes obtuvieron los dos logros, el 31,58% obtuvieron un logro, ya que demostraron dominio en la composición de las funciones, sin embargo, presentaron inconvenientes en la evaluación en el punto indicado. El 43,86% de los alumnos carecen de dominio en la composición de las funciones indicadas y su evaluación en un punto. En conclusión, es necesario retroalimentar la destreza planteada sobre la composición de funciones y su evaluación en un punto.

Identifica las progresiones aritméticas y geométricas; y, mediante sus propiedades y fórmulas, resuelve problemas reales de matemáticas (Ref. M.5.1.55.)

Fueron planteadas dos preguntas, la primera trata de una progresión aritmética y la segunda de una progresión geométrica, para las cuales los estudiantes deberían indicar dominio en la identificación de progresiones aritméticas y geométricas para poder resolver planteamientos matemáticos mediante sus fórmulas. En la primera pregunta se evaluaron dos logros, de los



cuales el 43,86% de los estudiantes no obtuvieron ningún logro, el 40,35% obtuvieron un logro demostrando un dominio parcial de la destreza y solo el 15,79% obtuvieron los dos logros evidenciando su dominio de la destreza evaluada.

En la segunda pregunta se evaluaron dos logros correspondientes a un planteamiento matemático de una progresión geométrica. Los resultados reflejaron que el 19,30% de los estudiantes obtuvieron todos los logros posibles, por ende, demostraron dominar la destreza evaluada mediante la determinación del primer término y la sumatoria de los ocho primeros términos. El 40,35% obtuvieron uno de los dos logros, pues lograron obtener el primer término solicitado, pero no pudieron calcular la sumatoria. Finalmente, el 40,35% de los estudiantes no obtuvieron ningún logro, denotando la falta de dominio en la destreza evaluada.

Determina la ecuación canónica de la circunferencia y realiza su gráfica correspondiente (Ref. M.5.2.17.)

Se planteó una pregunta en la que se dan los datos de la circunferencia como el radio y el centro de la misma. Fue evaluada con dos logros; uno por el planteamiento adecuado de la ecuación canónica de la circunferencia y otro por realizar correctamente su gráfica en el plano.

Posterior a la revisión y tabulación de los resultados obtenidos por los estudiantes se tiene que, el 35,09% de los alumnos no obtuvieron ninguno de los dos logros disponibles, denotando una clara falta de dominio en la destreza evaluada para la ecuación y grafica de la circunferencia. El 40,35% del alumnado obtuvieron uno de los dos logros, porque graficaron la circunferencia en el plano cartesiano conociendo su centro y su radio, pero no plantearon la ecuación canónica de la cónica y solo el 24,56% de los estudiantes obtuvieron los dos logros disponibles. En consecuencia, la mayoría de los estudiantes no dominan la destreza en su totalidad, ya que demuestran un logro parcial de la destreza mediante la pregunta planteada en la evaluación.



Determina la ecuación general, el lado recto, el parámetro y coordenadas del vértice de la parábola y grafica correctamente la cónica (Ref. M.5.2.17.)

Consistió en la resolución de un ejercicio que da la ecuación canónica de la parábola. Se evaluaron seis logros, de los cuales el estudiante obtendrá uno por la ecuación general, uno por indicar el lado recto, uno por el parámetro, uno por determinar el vértice y dos por graficar correctamente la cónica.

A partir de la tabulación de los resultados se tiene que, el 38,60% de los estudiantes no lograron obtener ningún valor de los solicitados demostrando no conocer ni dominar la destreza evaluada para la cónica. El 22,80% del alumnado obtuvieron un logro, para el cual indicaron de manera acertada la ecuación general de la cónica; sin embargo, no obtuvieron ningún otro logro. El 19,30% de los alumnos obtuvieron dos logros de los seis disponibles, demostrando su destreza para calcular la ecuación general y el lado recto de la parábola. El otro 19,30% de los estudiantes obtuvieron tres logros de los seis, dando respuesta a la ecuación general de la parábola, su lado recto y su parámetro.

A partir de tres logros, ningún de los estudiantes obtuvieron cuatro, cinco o seis logros de los disponibles, lo cual evidencia la falta de dominio en la destreza evaluada, ya que no pudieron determinar el vértice ni graficar la cónica de manera correcta y para los demás logros la mayoría de los estudiantes no supieron cómo calcularlos.

Reconoce las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen o con centro fuera del origen (Ref. M.5.2.17.)

Para evaluar dicha destreza se planteó un ejercicio de correspondencia en el que se indica la gráfica de cada cónica y junto a la gráfica, la ecuación que corresponde según el enunciado, en la cual los estudiantes debieron determinar si la correspondencia es verdadera o falsa mediante el



análisis de cada gráfica y su ecuación. En la pregunta se evaluó cuatro logros, mismos que se obtienen si el estudiante indica de manera adecuada si son correctas o no las ecuaciones de sus respectivas gráficas.

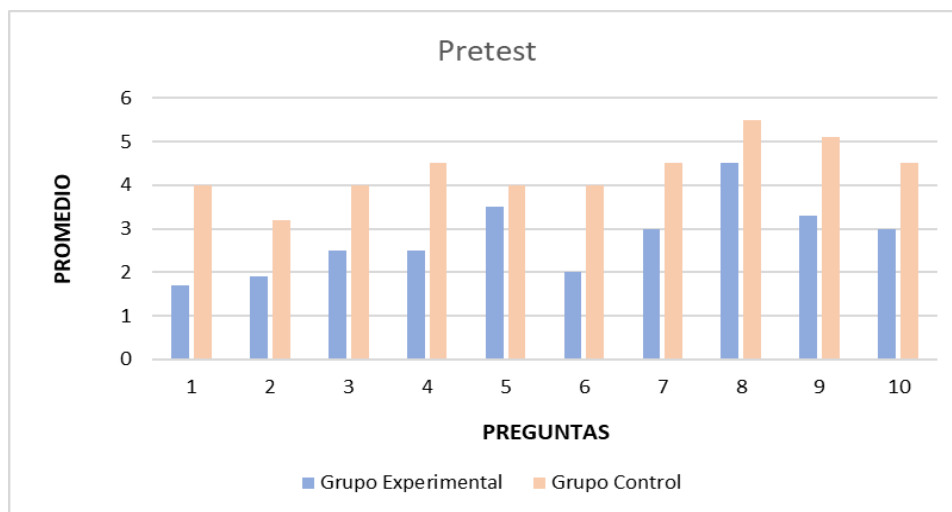
Después de la revisión del trabajo realizado por los alumnos se determina que el 28,07% de los alumnos no obtuvieron ningún acierto en sus respuestas, el 45,61% obtuvieron solo uno de los cuatro logros disponibles. Hasta aquí, más de la mitad de los estudiantes no demostraron dominar la destreza evaluada. El 12,28% de los estudiantes obtuvieron dos logros, mientras, el 10,53% obtuvieron tres de los cuatro logros disponibles y apenas el 3,51% de los alumnos obtuvieron los cuatro logros. Con base a estos resultados se determina que la destreza evaluada no se encuentra lograda en su totalidad, los estudiantes no dominan ni reconocen las ecuaciones que corresponden a cada gráfica y en el desarrollo de la evaluación daban las respuestas esperando acertar alguna al azar.

Partiendo de las respuestas brindadas por los estudiantes en su evaluación del pretest se desarrolla la revisión y tabulación para determinar el grupo control y experimental de la investigación. A continuación, se muestran los resultados por separado en la Figura 3, en la cual ya se indica el grupo control y experimental del estudio.



Figura 3

Pretest grupo control y experimental



A partir de la gráfica se puede verificar que el grupo control obtuvieron en cada una de las 10 preguntas un promedio superior al que obtuvieron el grupo experimental, por lo que la propuesta de intervención se planea ejecutar en el grupo experimental que corresponde al paralelo C. En el cual mediante la intervención se proyecta superar el promedio que mantienen actualmente los estudiantes de dicho paralelo.

Cabe señalar que los estudiantes del grupo experimental mantienen promedios bajos, que respecto a la escala del Ministerio de Educación, en aquellas notas menores o iguales a los 4 puntos, se considera que el estudiante no alcanza los aprendizajes requeridos, a excepción de la pregunta 8 en la cual mantienen un promedio de 4,5 que indica que los estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos y el grupo control aunque no domine los aprendizajes requeridos, tiene mejor promedio que el grupo experimental.



Capítulo 3: Propuesta de intervención Fortalecimiento matemático a través del método

Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato

El diseño de la propuesta del presente proyecto consiste en un plan de actividades de refuerzo basadas en el método Pólya en función a las destrezas matemáticas parcialmente logradas en los estudiantes del 2° BGU de la U.E. Juan Bautista. En la cual se planifica desarrollar sesiones de refuerzo en las que se abarquen diferentes destrezas matemáticas que previamente se han identificado con un logro parcial. Para este fin se empleará el método Pólya para la resolución de problemas contextualizados en cada sesión, con temáticas y requerimientos propios de cada destreza, de manera que se refuerce cada destreza con una clase introductoria, ejercicios y actividades heurísticas, mismas que estarán detalladas en la resolución de cada sesión de refuerzo.

En este apartado esta presente la estructura de la propuesta didáctica que consta de introducción, objetivo de la propuesta, fundamentos legales, diagnóstico inicial, el desarrollo de las actividades, con sus fases y la evaluación final de la intervención.

Introducción

El presente plan de actividades de refuerzo académico va dirigido a la asignatura de Matemáticas en el BGU en la cual se ha identificado destrezas parcialmente logradas. La ejecución de las actividades de refuerzo académico es desarrollada para reforzar aquellos conocimientos y destrezas eliminando el rezago de conocimientos por parte del alumnado y viabilizando un aprendizaje significativo y la continuidad de los estudios dentro de la asignatura en los futuros procesos matemáticos a involucrarse a medida que el estudiante avance en los diferentes años escolares.



La implementación de dicho plan de actividades es necesaria con base en las necesidades evidenciadas en el momento del diagnóstico de la problemática. Asimismo, se presenta la necesidad de que los estudiantes cursen los diferentes años lectivos en su formación escolar con las destrezas logradas ya que el alumnado ejerce un aprendizaje secuencial y los contenidos están vinculados y relacionados con los de diferentes años escolares.

En función al artículo 208 del Reglamento General de la LOEI que indica “si la evaluación continua determinare bajos resultados en los procesos de aprendizaje en uno o más estudiantes de un grado o curso, se deberá diseñar e implementar de inmediato procesos de refuerzo académico”, se plantea el presente plan de actividades de acuerdo a las necesidades que presentan los estudiantes de fortalecer aquellas destrezas matemáticas parcialmente logradas.

Objetivo general de la propuesta

Implementar un plan de actividades de refuerzo académico basado en el método Pólya para contribuir en destrezas matemáticas parcialmente logradas en el año escolar 2022-2023.

Fundamentos legales

En su artículo 208, el Reglamento General de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (RLOEI, 2015, p. 58) de acuerdo al refuerzo académico dispone lo siguiente:

Refuerzo académico. Si la evaluación continua determinare bajos resultados en los procesos de aprendizaje en uno o más estudiantes de un grado o curso, se deberá diseñar e implementar de inmediato procesos de refuerzo académico. El refuerzo académico incluirá elementos tales como los que se describen a continuación:

1. Clases de refuerzo lideradas por el mismo docente que regularmente enseña la asignatura u otro docente que enseñe la misma asignatura.



2. Tutorías individuales con el mismo docente que regularmente enseña la asignatura u otro docente que enseñe la misma asignatura.
3. Tutorías individuales con un psicólogo educativo o experto según las necesidades educativas de los estudiantes.
4. Cronograma de estudios que el estudiante debe cumplir en casa con ayuda de su familia.

En diálogo con ello, el artículo 206 del cuerpo legal antes mencionado, hace referencia a la retroalimentación continua que debe mantenerse en el aula de clase, asimismo, procura que el desarrollo de actividades permita observar, medir y evaluar el avance del alumnado acorde a los objetivos de aprendizaje planteados. A partir de las bases legales antes mencionadas, la evidente necesidad y responsabilidad de los educadores de fomentar el aprendizaje significativo en el alumnado de las instituciones educativas, el presente plan de actividades de refuerzo académico constituye una herramienta relevante para la oportuna intervención de refuerzo académico en el aula de clase.

Diagnóstico inicial de la propuesta

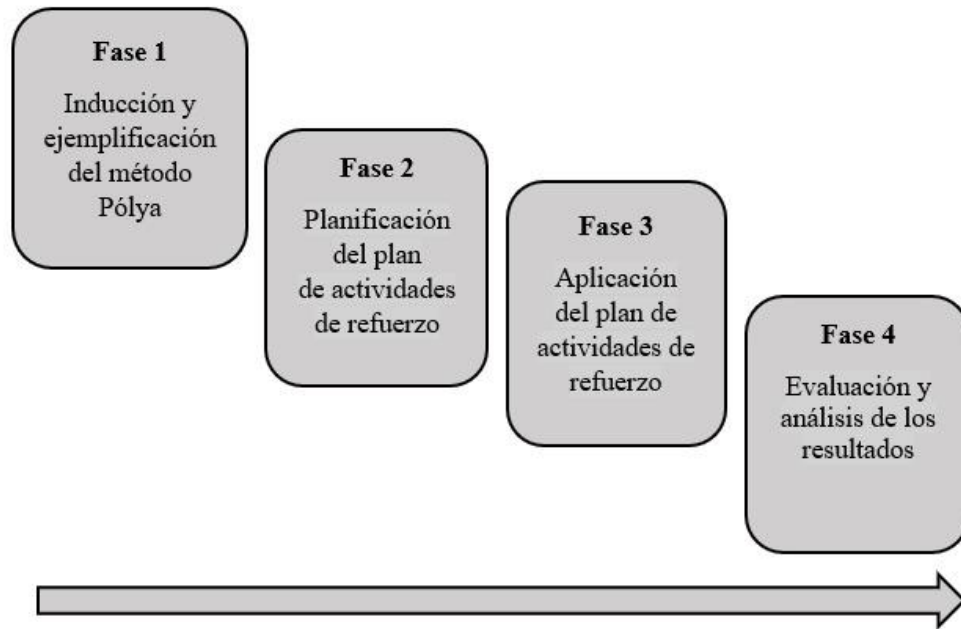
Con los resultados obtenidos en la encuesta realizada a los estudiantes, la observación realizada en las aulas de clase, la entrevista facilitada por el docente y el pretest realizado, se determinó que es necesaria la implementación del plan de actividades de refuerzo debido a que el alumnado de los cursos en los que se realizó el diagnóstico mantiene falencias respecto a las destrezas analizadas con anterioridad. Los estudiantes pretenden avanzar en su formación académica pero las destrezas que deberían dominar están parcialmente logradas, lo cual dificulta el proceso de aprendizaje a la hora de adquirir nuevas destrezas ya que para ello es necesario el dominio y desarrollo de destrezas previas.



Desarrollo de actividades/ Fases

Figura 4

Fases de la propuesta denominada “Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato”



Cronograma de actividades

A continuación, se presenta el cronograma de actividades planificado de acuerdo a las semanas de prácticas pre profesionales, en el cual se incluye el orden y tiempo en el que se han realizado cada una de las fases de la propuesta.



Figura 5

Cronograma de actividades para el Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato

FASES	SEMANAS											
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	
Implementación Pretest												
Fase 1												
Fase 2												
Fase 3												
Fase 4												

Fase 1: inducción y ejemplificación del método Pólya

Para la primera fase se desarrolla una intervención únicamente con el grupo experimental, que corresponde al 3° de BGU paralelo C, debido a que el otro paralelo con el que se trabaja corresponde al grupo control de la investigación. En el desarrollo de la fase se ejecuta la introducción y ejemplificación del método Pólya con los 29 estudiantes.

La sesión se enfoca en la explicación del método Pólya, abarcando los cuatro pasos que son: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y examinar los resultados. A continuación, se presenta un modelo de aplicación del método.

Tabla 4

Ejemplo de la aplicación del método Pólya en un problema matemático

Problema

Martín y sus amigos pagaron \$52 por 3 golosinas y 2 chocolates. Si la semana anterior consumieron 4 golosinas y un chocolate por \$56 ¿Cuánto cuesta cada golosina y chocolate?



Comprender el problema	Diseñar el plan	Ejecutar el plan	Verificar los resultados
<p>En este paso se recopilan datos y las preguntas del problema.</p> <p>¿Cuánto vale cada golosina?</p> <p>¿Cuánto vale cada chocolate?</p> <p>Se supone que el precio del chocolate es 'y' y el precio de la golosina es 'x'.</p> <p>Por lo tanto:</p> <p>Semana anterior: $4x + 1y = 56$</p> <p>Semana actual: $3x + 2y = 52$</p>	<p>Debido a que se tiene dos ecuaciones con dos incógnitas:</p> <p>1: $4x + 1y = 56$</p> <p>2: $3x + 2y = 52$</p> <p>Se puede hallar el valor de las variables resolviendo un sistema de ecuaciones.</p> <p>Se determina el mejor método de resolución de sistemas de ecuaciones para este caso.</p> <p>Para el sistema que se tiene se plantea el método de reducción.</p>	<p>En este paso se ejecuta el plan elaborado anteriormente y se resuelve el sistema por el método de reducción y se obtiene:</p> <p>$x = 12$ (valor de cada golosina)</p> <p>$y = 8$ (valor de cada chocolate)</p>	<p>De los resultados obtenidos en el paso anterior</p> <p>$x = 12$</p> <p>$y = 8$</p> <p>En este paso se verifica que sean correctos utilizando el planteamiento inicial</p> <p>$4x + 1y = 56$</p> <p>$4(12) + 1(8) = 56$</p> <p>$48 + 8 = 56$</p> <p>$56 = 56$</p> <p>Posterior a la verificación se coloca la respuesta.</p> <p>R: cada golosina cuesta \$12 y cada chocolate \$8.</p>

Fase 2: planificación del Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato

A continuación, en la Figura 6 se presentan las sesiones que se planifican realizar junto a los temas a trabajar en cada sesión.




Figura 6

Planificación Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato

SESIONES	TEMAS	TIEMPO
Sesión 1	Sistemas de ecuaciones. Composición de funciones	Cada sesión tiene un tiempo estimado de dos horas clase (Total de 90 min por semana)
Sesión 2	Dominio, rango, cortes con los ejes y vértices en ecuaciones lineales y cuadráticas	
Sesión 3	Aplicación geométrica de vectores en el plano Operaciones Elementales con vectores	
Sesión 4	Progresiones aritméticas y geométricas	
Sesión 5	Ecuaciones cartesianas (circunferencia, elipse, parábola, hipérbola)	
Objetivo: Fortalecimiento de destrezas matemáticas parcialmente logradas en el Segundo de Bachillerato en la Unidad Educativa Juan Bautista basado en el método Pólya		

Método Pólya:

1. Comprende el problema
2. Concebir un plan
3. Ejecución del plan
4. Examinar los resultados obtenidos



En cada una de las sesiones se desarrolla una destreza matemática con el objetivo de reforzarla mediante las actividades planificadas para cada sesión mediante el uso del método Pólya durante la resolución de problemas matemáticos. Dichas destrezas se relacionan directamente con los temas a tratar en las actividades de refuerzo y se mencionan a continuación en la Tabla 5.

Tabla 5

Destrezas a trabajar de acuerdo a cada sesión de refuerzo

Código	Destreza	Sesión
Ref. M.5.1.10.	Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas empleando el método de reducción.	1
Ref. M.5.3.1.	Determinar el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértices de funciones lineales y cuadráticas.	2



	Realizar operaciones con funciones aplicando las propiedades de los números reales.	
Ref. M.5.2.3.	Resolver operaciones de suma, resta y producto punto entre vectores (forma geométrica y analítica).	3
Ref. M.5.1.55.	Identificar las progresiones aritméticas y geométricas; y, mediante sus propiedades y fórmulas, resuelve problemas reales de matemáticas	4
Ref. M.5.2.17.	Reconoce las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen. Determinar las longitudes de los ejes y el centro de la elipse y grafica correctamente la cónica. Determinar la ecuación canónica de la circunferencia y realiza su grafica correspondiente.	5

Nota. Elaboración propia con datos tomados del Currículo Nacional de Matemática (2016).

Fase 3: aplicación del plan de actividades de refuerzo

A continuación, se presentan las 5 sesiones de intervención **realizadas una sesión por semana debido a la disponibilidad brindada por el tutor profesional** de la propuesta, cada sesión tiene un tiempo de duración de 90 min y se encuentra dividida en tres momentos de la clase: inicio, desarrollo y evaluación. Para cada una se plantea un problema matemático relacionado con la destreza que se trabaja, dicho problema implica el desarrollo de los cuatro pasos del método Pólya, para los cuales se dan preguntas guía que faciliten al estudiante en la comprensión del problema, concepción del plan, ejecución del plan y al examinar los resultados. Las preguntas directrices se compilan en la Tabla 6 y se emplean de acuerdo al problema planteado en cada sesión y las características del mismo.

Tabla 6

Preguntas directrices para cada paso del método Pólya.

Pasos del método Pólya	Preguntas guía
Trabajo de Integración Curricular	Lilian Adriana Muñoz Rivera Manuel Benjamín Vasquez Valverde



Comprender el problema	¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Hay alguna condición? ¿Por dónde empezar? ¿Qué se puede hacer?
Concebir un plan	¿Conoce algún teorema que le sea útil? ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Puede deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Qué puedo hacer? ¿Qué puedo encontrar?
Ejecución del plan	¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo? Ejecute el plan.
Examinar la solución obtenida	¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede emplear el resultado en algún otro problema?

Nota. Datos tomados del libro *Cómo plantear y resolver problemas* (2014).

Sesión 1: sistemas de ecuaciones y operaciones con funciones

Momento de inicio

En el primer momento de la clase se plantea un problema cotidiano. Mediante una lluvia de ideas se averigua las propuestas de solución de los estudiantes. En este momento se plantean diferentes soluciones que mediante el desarrollo de la clase de refuerzo son verificadas o descartadas. Cabe señalar que los estudiantes no comprenden el planteamiento de la problemática y no saben cómo iniciar en su resolución, mediante la observación áulica realizada se puede mencionar que la gran mayoría de los estudiantes se plantean razonamientos mentales que a la final no llegan a una solución ya que no son los adecuados mientras que los demás estudiantes no plantean procedimientos mentales ni resoluciones matemáticas; lo único que mencionaron es que no saben cómo proceder y de esa manera se da paso al siguiente momento de la clase.

Momento de desarrollo



En el segundo momento de la clase se inicia con el refuerzo planificado para la resolución de sistemas de ecuaciones. Se parte de las ideas obtenidas en el momento anterior de la clase, validando las ideas acertadas, ampliando el argumento y la explicación de cada idea válida y refutando aquellas ideas incorrectas con su debida explicación. En este proceso se refuerzan las destrezas de los estudiantes que se encuentran parcialmente logradas.

Durante la clase se desarrolla el juego de participación *Tingo, tingo, tango* que consiste en que los estudiantes pasan un objeto como marcador, borrador, esfero, entre otros, mientras el practicante a cargo de la clase dice tingo, tingo, tingo [...], y en el momento que el practicante diga tango, los estudiantes detienen el paso del objeto, siendo la persona que en ese momento se encuentre con el objeto la que participa en ese momento. El juego de participación se ejecuta en diferentes momentos del desarrollo de la clase con la finalidad de que varios estudiantes participen y así mantener la atención.

En esta sesión se trabaja en fortalecer el análisis del problema planteado al inicio de la clase y dar su solución mediante la aplicación de los 4 pasos del método Pólya. También en los diferentes métodos empleados para la resolución de sistemas de ecuaciones (reducción, sustitución, igualación y determinantes), por cuestiones de tiempo y recursos no se trabajó el método gráfico. Se resolvieron otros ejercicios planificados para la clase, acorde a las destrezas implicadas en estos ejercicios.

Momento de evaluación

En el momento de evaluación de esta clase de refuerzo se aplica un *crucigrama de respuestas*, el cual consiste en completar un crucigrama con las palabras verticales y horizontales, siendo dichas palabras las respuestas a diferentes preguntas que se plantean con base al desarrollo de la clase.



Cabe señalar la aceptación que tuvo dicha evaluación por parte de los alumnos, quienes mencionaron estar contentos en la evaluación de la clase, pues no se trataba de una evaluación típica a la que estaban acostumbrados y en su lugar fue diferente y entretenida.

Sesión 2: dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértice en funciones lineales y cuadráticas.

Momento de inicio

En el inicio de esta sesión se desarrolla la dinámica *encuentra tu par animal*, para la cual al inicio de la clase se entregan imágenes de diferentes animales a los estudiantes. Cada alumno imitó un sonido del animal que represente su imagen y los demás estudiantes debían determinar si el sonido coincide con el animal de su imagen y de ser el caso reunirse con esa persona. De esa manera se obtuvieron los grupos de trabajo. El número de grupos obtenidos dependía del número de animales diferentes que se entregaron.

Momento de desarrollo

Ocupó los primeros minutos de la clase en un espacio de refuerzo de los contenidos relacionados a las características de las funciones lineales y cuadráticas como el: dominio, recorrido, puntos de cortes con los ejes y vértices. Se planteó un problema matemático en el cual debían ejecutar cada uno de los pasos del método Pólya, para los cuales se dieron las preguntas directrices mencionadas anteriormente en la Tabla 6, mismas que facilitaron al docente brindar la orientación adecuada, ayudando al alumno de manera efectiva y natural sin imponérsele (Pólya, 1965).

En este proceso se identifican las principales falencias de los estudiantes ya que se verifica que, si diferencian una ecuación de una función lineal de una cuadrática, pero no tienen la destreza de mencionar que tipo de gráfica le corresponderá a cada una. Fue planteado un



ejemplo de gráficas lineales y cuadráticas, pero no las diferenciaban y varios de los alumnos que argumentaban algunas correspondencias con las gráficas las confundían entre sí. De ese modo en la clase se va reforzando todos los aspectos identificados desde el principio.

La dinámica *el cuaderno es lava*, fue desarrollada en la clase con los grupos organizados anteriormente. La dinámica en mención consiste en que los estudiantes no podrán utilizar sus cuadernos, pero se les da funciones lineales y cuadráticas en las que tendrán que plantear sus características correspondientes y argumentar. Como parte de la dinámica se cambió de entorno a los estudiantes y el nuevo espacio de trabajo fue el patio de la institución, para lo cual se facilitó a cada grupo una variedad de tizas de varios colores para que sean capaces de representar gráficamente las funciones y determinar sus características.

En el proceso se coordinó con cada grupo un acompañamiento personalizado por parte de la pareja pedagógica para reforzar los conocimientos analizados en el curso pasado y en el aula al inicio de la sesión.

Momento de evaluación

Como evaluación se verifica que cada grupo sea capaz de argumentar las respuestas indicadas en el patio ya que en grupo dieron respuesta a las características solicitadas, de manera que a cada grupo se le plantea una serie de preguntas que van respondiendo de acuerdo al trabajo realizado con las tizas. Al final el grupo que menos respuestas acertadas haya obtenido en la evaluación deberá cumplir con una penitencia que, para conformidad del curso se coordina en ese momento y con la votación de todos los participantes, por ello en esta clase se determinó como penitencia *sapitos a saltar*, que consistió en realizar sentadillas con salto, comúnmente conocidos como sapitos.



Al final de la sesión se pudo verificar que los estudiantes comprendieron los contenidos estudiados de las funciones lineales y cuadráticas, porque fueron capaces de determinar e identificar acertadamente el dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes y vértices de las funciones planteadas. Además, fue identificada una mayor participación en las actividades que fueron realizadas, sintiéndose motivados por aprender y participar con ayuda de la aplicación de las diferentes herramientas y recursos planificados.

Sesión 3: aplicación geométrica de vectores en el plano. operaciones elementales con vectores.

Momento de inicio

La clase inicia con una modificación del entorno de aprendizaje de los estudiantes, situándolos con sus pupitres en el perímetro del aula formando un espacio libre en el centro, lugar en el cual deberá estar focalizada su atención para el desarrollo de las actividades planificadas. Seguidamente, se desarrolló una lluvia de ideas junto a los estudiantes sobre los conocimientos que mantienen sobre vectores en el plano y sus operaciones elementales.

En este momento se pudo analizar que los estudiantes dominan los elementos que tiene un vector, qué lo compone y la manera en la que se escriben; sin embargo, no dominaban la representación gráfica de cada vector usados como ejemplos, de igual manera no desarrollaron acertadamente las operaciones como la suma, resta y producto punto entre dos vectores.

Momento de desarrollo

En el momento de desarrollo se partió con una clase de introducción en la cual se expusieron las operaciones elementales entre vectores, para esta sesión se desarrolló la suma, la resta y el producto punto entre dos vectores. La clase contó con la participación de los estudiantes mediante *preguntas dirigidas*, actividad que consiste en una ronda de preguntas



realizadas entre los estudiantes, se inicia con una pregunta realizada por un miembro de la pareja pedagógica hacia un estudiante al azar, a continuación, dicho estudiante realiza una pregunta a otro compañero, aquel compañero realiza otra pregunta a otro alumno y así sucesivamente hasta la cantidad de preguntas que sean necesarias.

Las preguntas pueden realizarse en uno o varios momentos, es decir, varias preguntas seguidas o puede realizarse una pregunta, continuar con la clase y después de unos momentos realizar otra pregunta para procurar de esta manera la atención de los estudiantes en la clase. Es importante que el docente encargado de la clase mantenga la disciplina al momento que los estudiantes realizan las preguntas, ya que los alumnos no desaprovechan el momento de la toma de la palabra para hacer preguntas fuera del tema de clase, para lo cual se debe orientar y supervisar el desarrollo de la actividad continuamente.

La actividad *plano inmersivo* implicó organizar la clase en 3 grupos por afinidad. A cada grupo se le facilitó dos hilos, cada hilo representa a un eje del plano cartesiano y está marcado de manera uniforme para identificar las unidades de medida en el plano. La actividad se desarrolló en el espacio central generado por la nueva disposición de los pupitres en el cual los alumnos debían formar un plano cartesiano con los hilos y representar vectores con otro hilo de color diferente.

En la actividad cada grupo tuvo un par de vectores con el cual debieron representar la suma y resta de los mismos. En definitiva, se facilitó a los estudiantes un problema matemático con el objetivo de continuar reforzando la destreza que se trabajó en la sesión mediante la resolución del problema aplicando el método Pólya, se parte del problema con las preguntas directrices que orientan a los alumnos a identificar de manera correcta la incógnita, los datos y el



requerimiento del problema y a continuación se desarrollan los 4 pasos del método, dando como resultado la respuesta a la incógnita que plantea el problema.

Mediante la observación de la actividad se deduce que los estudiantes desarrollaron la actividad de manera autónoma y en equipo. También, los grupos de trabajo pudieron solventar la mayoría de los inconvenientes y confusiones generados durante la actividad. Adicionalmente, los alumnos para esta tercera sesión dominaron con mayor destreza el método Pólya, dominio que les facilitó la resolución del problema planteado.

Momento de evaluación

Para la evaluación se observa el desarrollo del *plano inmersivo*. Debido a que cada grupo desarrolla los ejercicios planteados en el centro del aula de clase es posible la orientación y evaluación de la actividad en el momento de su ejecución, de manera que toda la clase analiza los ejercicios desarrollados por sus compañeros (aciertos y errores).

En el momento final de la clase se ejecuta la penitencia *revienta y ríete*, dicha penitencia se aplica al grupo que más errores cometieron en el desarrollo de la actividad. Para la cual, todos sus integrantes pasan de uno en uno a una silla, mientras el estudiante está sentado en la silla, un compañero de su grupo revienta un globo que contiene picadillos sobre su cabeza y se van turnando de manera que todos hayan reventado un globo sobre un compañero de su grupo.

En esta actividad los estudiantes no mostraron inconformidad ni disgusto con el picadillo, pues no afecta su integridad física y en su lugar se divirtieron reventando los globos y mencionaron que no volverán a perder para que otros compañeros paguen la penitencia, viéndose muy motivados a participar y culminar con acierto las actividades propuestas durante la clase. Al final, se evidenció que los estudiantes comprendieron y analizaron las falencias que mantenían



sobre la representación gráfica de vectores y las operaciones de suma, resta y producto punto entre vectores.

Sesión 4: progresiones aritméticas y geométricas

Momento de inicio

La tercera sesión de refuerzo se desarrolla en modalidad virtual debido a las disposiciones del Ministerio de Educación de manera temporal. En esta sesión se planteó la actividad en Mentimeter, una plataforma en la que se puede recolectar el aporte de diferentes colaboradores en línea, dicha actividad se realiza a manera de una lluvia de ideas para recopilar la información que dominan los estudiantes sobre los contenidos de progresiones aritméticas y geométricas.

A continuación, se analizaron los datos recopilados por los estudiantes y se identificó que el alumnado mantiene bases conceptuales sólidas sobre cuándo una progresión es aritmética, cuándo es geométrica, a qué progresión corresponde la diferencia y a qué progresión corresponde la razón; sin embargo, no dominan como iniciar el desarrollo de un planteamiento ni cómo aplicar las fórmulas que tiene cada progresión, ya que no las conocían. Entre los aportes efectuados esta la idea de que no se usa en la vida, por lo que se hace caer en cuenta que si son contenidos utilizados mediante el planteamiento de un ejercicio de aplicación.

La situación planteada consistía en una problemática cotidiana para que los estudiantes analicen y extraigan los datos disponibles empleando el método Pólya. En esta actividad todo el alumnado domina los pasos del método Pólya, identificaron los datos, sin embargo, no conocían cómo resolver las progresiones y las incógnitas, para lo cual se orienta a los estudiantes mediante preguntas directrices o guías de manera que por sí solos den sentido al problema planteado y propongan vías de solución.



Momento de desarrollo

La clase incorporó una pausa en la resolución del problema matemático y se trabajó en las principales fórmulas de cada progresión y los elementos que las componen. Los ejercicios planteados, tanto de progresiones aritméticas como de progresiones geométricas fueron desarrollados en conjunto con los estudiantes; reforzando los contenidos que mantienen falencias mediante la plataforma de zoom con un mayor enfoque en la aplicación de las fórmulas.

La siguiente actividad consistió en la *ruleta loca*; actividad que se desarrolla empleando una ruleta en línea en la cual se ingresaron los nombres de los alumnos con anterioridad y al girarla nos indica un nombre seleccionado que corresponde a un estudiante de la clase, quien participará en una de las diferentes preguntas que se realizan para dar seguimiento a la atención de los estudiantes en la clase. Del mismo modo, se eligen otros alumnos para hacerlos participar aleatoriamente en la clase. Minutos antes de culminar el segundo momento de la clase se retoma la problemática cotidiana planteada al inicio de la clase, misma que los estudiantes ya pudieron resolver sin mayores contratiempos posterior a la clase desarrollada aplicando los pasos del método Pólya que quedaron pendientes.

Momento de evaluación

La evaluación se realizó bajo el *bingo de respuestas*; actividad que consiste en el planteamiento de una serie de ejercicios de progresiones aritméticas y geométricas, cuyas respuestas se encuentran situadas en una tabla de bingo y los estudiantes deben ir marcando individualmente a medida que vayan encontrando las respuestas de los ejercicios. Al igual que en cualquier tabla de bingo, aquel estudiante que sea el primero en completar una fila o columna de la tabla de bingo será el ganador, toda la actividad se desarrolló en la plataforma de zoom y la tabla de bingo fue expuesta mediante la función de compartir pantalla de la plataforma.



En este proceso, la mayoría de los estudiantes pudieron plantear acertadamente los ejercicios con la toma de datos e incógnitas correspondientes y la aplicación de las diferentes fórmulas analizadas en la clase y el ganador del bingo fue posicionado ganador por su velocidad de resolución y aplicación de las fórmulas ya que los demás estudiantes, aunque minutos más tarde también sacaron las respuestas correctas. La motivación con la que se encontraban los alumnos fue notoria y a pesar de que la clase fue en línea los estudiantes participaron activamente. Existió efectividad en los recursos empleados, pues cumplieron con el objetivo para los cuales fueron utilizados.

Sesión 5: cónicas (circunferencia, elipse, parábola, hipérbola)

Momento de inicio

La clase fue en modalidad en línea, al igual que en la sesión anterior debido a las disposiciones del Ministerio de Educación para que las instituciones mantengan la modalidad virtual. El primer momento de la clase consistió en realizar la lluvia de ideas sobre los conceptos que mantienen los estudiantes referentes a los tipos de cónicas que existen, las variaciones que tiene cada cónica, las fórmulas correspondientes, entre otros datos. Fue efectuada mediante la plataforma de Mentimeter, disponible en línea y sin costo alguno. La plataforma permitió la recopilación de opiniones y datos de varios colaboradores.

En la revisión de la actividad se constata que los estudiantes conocen poco de las cónicas, sus nombres y las fórmulas correspondientes, así como la confusión que mantienen al no reconocer las gráficas que corresponde a cada fórmula motivo por el cual se procede al momento de desarrollo de la clase.

Momento de desarrollo



La planificación estuvo orientada a reforzar las falencias evidenciadas en los estudiantes en las horas de clase de observación áulica y también en los resultados obtenidos en el pretest realizado por los alumnos. Con dicho fin se parte con una breve explicación de dónde se originan las cónicas, para lo cual se emplea el simulador de GeoGebra secciones cónicas, disponible en línea de manera gratuita. En dicho simulador se ejemplifica cómo se originan las diferentes cónicas a partir de los diferentes cortes que se realizan en el cono, allí también se exponen las diferencias entre una cónica y otra, denotando las principales características y componentes de cada cónica.

Con la finalidad de mantener la atención de los estudiantes en la clase se ejecuta *preguntas dirigidas*, actividad aplicada para la participación de los estudiantes mediante la respuesta a diferentes preguntas realizadas entre compañeros de clase. El empleo de la plataforma de GeoGebra fue usado para la representación gráfica de las diferentes cónicas y cómo cambia la gráfica en función de modificaciones realizadas en la ecuación para que de esa manera los estudiantes puedan diferenciar y reconocer las posibles variaciones en las ecuaciones y sus gráficas correspondientes, también se expone las características y componentes de las cónicas estudiadas.

Al final se planteó un problema matemático relacionado a las cónicas para que los estudiantes puedan resolverlo empleando los contenidos reforzados en la sesión, para este fin no se les pide a los estudiantes la aplicación del método Pólya, con el objetivo de que busquen por su cuenta la manera más apropiada para resolver el problema. Sin embargo, los estudiantes resolvieron el problema mediante dicho método, argumentando que si es un método que les evita errores, apoya en la comprensión del problema y facilita los pasos necesarios en el orden



correcto para resolver cualquier problema matemático relacionado y que su aplicación les ayuda a comprender y contemplar detalles importantes que en otras situaciones pasan por alto.

Momento de evaluación

Se desarrolló la actividad *completa el enunciado*, a través de la plataforma de Zoom con la función de compartir pantalla. Mediante la cual se compartió con los estudiantes la pantalla de la computadora en la que se encuentran diferentes enunciados con espacios en blanco en los cuales se deben colocar los términos que correspondan para hacer válida la afirmación, para la actividad en mención se hace participar a los estudiantes que aún no participaron en la actividad *preguntas dirigidas*. En esta evaluación la mayoría de los estudiantes demostraron conocer los términos faltantes en los enunciados y al momento de responder lo hicieron con seguridad y confianza.

Fase 4: evaluación y análisis de resultados de la implementación de la propuesta

En la implementación de la propuesta se presentaron diferentes situaciones imprevistas que no estuvieron contempladas para la ejecución de la propuesta. Por ejemplo, en las sesiones virtuales se presentaron problemas de conectividad e inconvenientes con el audio, situaciones que afortunadamente se manejaron en medida de lo posible y no representaron mayores problemas en la aplicación de la propuesta.

Posterior a la implementación de cada sesión se menciona que los estudiantes mantuvieron mejor motivación por participar y aprender los diferentes temas tratados, reflejándose en el entusiasmo con el que participan y colaboran en las diferentes actividades realizadas, de manera que se verifica lo mencionado por Farías y Pérez (2010), quienes indican que para que los estudiantes comprendan los conceptos matemáticos, no es suficiente con explicarles y exigirles comprensión. Es necesario captar su atención y estimular su interés en el



estudio de las matemáticas, fomentar el deseo genuino de resolver problemas mediante el trabajo individual o en grupo en el aula.

Los recursos heurísticos y materiales empleados para las sesiones viabilizan la resolución de los problemas planteados, de manera tal que se comprueban los aportes de Álvarez (2020), evidenciando que el método heurístico destacó como una estrategia educativa que puso al estudiante en el centro de su propio aprendizaje, permitiéndole experimentar con diferentes enfoques para resolver los problemas presentados por la pareja pedagógica, junto con el adecuado acompañamiento brindado a los alumnos se concluye que, el tiempo destinado para cada sesión fue el adecuado, ya que permitió la realización de cada actividad prevista y la frecuencia con la que se realizó cada sesión fue oportuna.

Al implementar el método Pólya para mejorar el rendimiento matemático de los estudiantes de tercer año de bachillerato, se incentivó el desarrollo de habilidades que les permitieron anticipar las actividades mediante una planificación adecuada y una gestión eficiente de las tareas necesarias para resolver problemas matemáticos. Esto se debe a que el método Pólya promueve un enfoque sistemático en el análisis del problema, guiando a los alumnos de manera ordenada hacia su solución a medida que siguen sus pasos.

También, se identifica los aspectos en los que tiene que mejorar para un trabajo y comprensión continua en el aula de clase y se auto dirige de manera autónoma a las acciones que debe tomar en beneficio de su proceso de aprendizaje mediante los diferentes objetivos que se plantea el alumnado para resolver los desafíos que se le presentan corroborando los aportes teóricos de Meneses y Peñaloza (2019), quienes acotan que en la enseñanza de las matemáticas es esencial enseñar a los alumnos a analizar problemas, identificar información relevante, diseñar



estrategias de resolución, aplicar métodos y algoritmos adecuados, y validar los resultados. Estas habilidades son fundamentales para resolver problemas matemáticos de manera efectiva

En este sentido, los estudiantes por su cuenta propia buscaban la manera de mejorar su comprensión de los temas abarcados buscando tutorías individuales que se realizaron en momentos de disponibilidad de tiempo de los docentes practicantes y el estudiante, a modalidad virtual se dio una retroalimentación de la destreza desarrollada en medida de lo que el estudiante requería, se esperaba la presencia del alumno que solicitó la tutoría, sin embargo, se presentaron poco más del 50% del grupo experimental con la intención de dominar aún más el tema tratado, quienes al ser cuestionados mencionaron que no asistieron a la tutoría por no haber comprendido las actividades de refuerzo, en su lugar, lo hicieron por el interés de conocer más del tema.

De acuerdo con Reyes (2017), un estudiante se considera autorregulado cuando, desde una perspectiva metacognitiva, conductual y motivacional, participa de manera activa en su propio proceso de aprendizaje, se consideran a los estudiantes cuya motivación, participación e interés están presentes en el desarrollo de la propuesta, como estudiantes autorregulados.

En la fase de evaluación y análisis de los resultados obtenidos después de la implementación de la propuesta se desarrolla un postest que consiste en 10 preguntas, mismas que son similares en dificultad a las del pretest realizado antes de la intervención, pero no son las mismas. La finalidad del postest es la de verificar los aprendizajes obtenidos por los estudiantes durante la intervención de la propuesta y se espera que el promedio de los estudiantes del grupo experimental haya subido y el promedio de los estudiantes del grupo control actúa como una referencia para la comparativa del dominio de las diferentes destrezas evaluadas en los estudiantes.



En la evaluación del postest se presenta el imprevisto de que tiene que ser de manera virtual, para lo cual se emplea Google Forms, en el cual se introduce el postest preparado para la evaluación. Cabe señalar que para la revisión de las notas se pide las evidencias del trabajo realizado por cada estudiante para constatar que la respuesta que indican en Google Forms es resultado de la resolución individual de los ejercicios y no fruto de la copia entre compañeros, además, en la resolución del postest se emplea la plataforma de Zoom para la reunión sincrónica con los estudiantes, mismos que deben mantener la cámara encendida para verificar el desarrollo de la actividad.

A continuación, se realiza el análisis del postest desarrollado posterior a la finalización de la propuesta de intervención. Dicho análisis es presentado por destreza evaluada al igual que se realizó el análisis del pretest antes de la propuesta de intervención para detallar de manera precisa los contenidos evaluados y el logro de la destreza.

En este contexto, los resultados del postest son analizados por cada destreza que se evalúa, a continuación, se presentan dichas destrezas y los resultados obtenidos por los alumnos.

Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas empleando el método de reducción (Ref. M.5.1.10.)

Se planteó una pregunta de resolución de un sistema de ecuaciones, al igual que en el pretest, con ecuaciones de primer grado, pero con diferentes datos, con una valoración de 3 puntos. La resolución debían hacerla mediante el método de reducción. En el desarrollo del test se evidenció que los alumnos tienen menos preguntas de las que tenían antes de la intervención de la propuesta, asimismo emplearon menos tiempo en la resolución de cada ejercicio, eso se verificó ya que cada pregunta del postest realizado era controlada según los estudiantes avanzaban en su resolución.



En el ejercicio se puso opción múltiple para que el estudiante de la respuesta de acuerdo a los resultados de las tres incógnitas que ellos obtuvieron en la resolución del ejercicio en su cuaderno. En los resultados se analizó las destrezas por separado del grupo control y del grupo experimental, para el primero se tiene que el 50% de los estudiantes obtuvo la respuesta correcta en la pregunta y el otro 50% no obtuvo la respuesta correcta, por su lado, en el grupo experimental el 79,31% de los estudiantes obtuvo la respuesta correcta para el ejercicio y el 20,69% del grupo no logró la respuesta correcta.

Determina el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértices en funciones lineales y cuadráticas (Ref. M.5.3.1.)

Para evaluar la destreza se plantearon 2 preguntas, la primera constaba de una función cuadrática en la que tenían que indicar el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértice, en la que pudieron obtener 6 puntos en caso de responder correctamente y en la segunda pregunta se planteó una función lineal en la que tenían que determinar el dominio, recorrido y la gráfica, obteniendo 9 puntos en total para la segunda destreza evaluada.

Del grupo control, el 57,14% no obtuvo el puntaje respectivo de la pregunta y el 42,86% obtuvo los 9 puntos resolviendo de manera acertada el ejercicio en sus dos partes. Lo cual indica que más de la mitad del grupo control no logró la destreza evaluada. Por su parte, el 55,17% del grupo experimental obtuvo el puntaje esperado, logrando la destreza evaluada mediante la resolución de los ejercicios planteados. Por el contrario, el 44,83% del grupo no supo dar la respuesta correcta en ninguno de los planteamientos. En la evaluación se evidenció que el grupo experimental ya no mantuvo dudas básicas para la resolución de los ejercicios a diferencia del grupo control que si mantuvo esas dudas en la resolución de los ejercicios.



Sumar, restar vectores y realiza producto punto de un vector de forma geométrica y de forma analítica (Ref. M.5.2.3.)

Durante la evaluación de la presente destreza se plantearon 2 preguntas; la primera solicitó realizar el producto punto entre dos vectores y se obtenía 1 punto en caso de responder bien la pregunta, la segunda pregunta que evaluó la misma destreza solicitó la suma y resta entre dos vectores junto a su gráfica correspondiente del vector resultante y tuvo un valor de 4 puntos.

En la primera pregunta el 46,43% del grupo control no supo dar respuesta a la operación solicitada, señalando una respuesta incorrecta ante la interrogante y el 53,57% obtuvo el punto disponible en el ejercicio. Del grupo experimental, el 44,83% no obtuvo el resultado esperado mientras que el 55,17% de los estudiantes sí dio la respuesta correcta a la interrogante, demostrando su dominio en la destreza evaluada.

Para la segunda pregunta, el 50% del grupo control obtuvo la respuesta correcta y el otro 50% no la obtuvo, mientras que, del grupo experimental, el 62,07% obtuvo la respuesta correcta junto a los 4 puntos que le corresponden y el 37,93% no obtuvo la respuesta; sin embargo, se obtiene una mejora significativa en el logro de la destreza de los estudiantes del grupo experimental.

Realiza operaciones con funciones aplicando las propiedades de los números reales. (Ref. M.5.3.1.)

En esta destreza se planteó un ejercicio de composición de funciones con su evaluación en un punto determinado dadas $f(x)$ y $g(x)$, dicha pregunta tenía un valor de 2 puntos, de los cuales obtiene uno si la composición entre funciones es correcta y otro por evaluar la función compuesta en un punto. En el grupo control, el 50% de los estudiantes obtuvo la respuesta correcta y el otro 50% no obtuvo el resultado. Por su lado, en el grupo experimental el 65,52%



demonstró dominar la destreza, realizando de manera adecuada la composición de funciones, así como la evaluación en el punto determinado en el posttest y el 34,48% no obtuvo el resultado esperado.

Identifica las progresiones aritméticas y geométricas y, mediante sus propiedades y fórmulas, resuelve problemas reales de matemáticas (Ref. M.5.1.55.)

Se planteó una pregunta sobre progresión aritmética y otra sobre progresión geométrica, con una puntuación de dos puntos y un punto respectivamente. En la primera pregunta, los estudiantes tenían que encontrar el primer término y la sumatoria de los cuatro primeros términos y en la segunda pregunta debían determinar la sumatoria de los cinco primeros términos.

El 53,57% del grupo control no obtuvieron el puntaje esperado en la primera pregunta y el 46,43% obtuvieron los dos puntos disponibles en el ejercicio. Del grupo experimental, en la misma pregunta, el 62,07% alcanzaron los dos puntos disponibles y el 37,93% no lograron los dos puntos.

En la segunda pregunta, el 42,86% del grupo control no obtuvieron la respuesta correcta, ya que emplearon procedimientos incorrectos, la pregunta correspondía a una progresión geométrica y emplearon fórmulas de las progresiones aritméticas, pero el 57,14% si emplearon la fórmula correcta y hallaron el resultado adecuado. Del grupo experimental, el 72,41% de los estudiantes resolvieron de manera correcta el planteamiento posterior a identificar de manera acertada una progresión aritmética de una geométrica y haber empleado las fórmulas correspondientes. Finalmente, el 27,59% de los estudiantes no resolvieron el ejercicio.

Determina la ecuación canónica de la circunferencia y realiza su gráfica correspondiente (Ref. M.5.2.17.)



Se planteó una pregunta, si el estudiante indicaba el centro y radio de una circunferencia lograba dos puntos. El ejercicio consistió en determinar la ecuación canónica de la cónica, realizar la gráfica y marcar una respuesta de las tres opciones dadas. En el grupo control, el 35,71% de los alumnos no seleccionaron la respuesta correcta, ya que en sus cuadernos de trabajo se evidenció que no realizaron la ecuación canónica de manera correcta y ubicaron mal el centro de la circunferencia; mientras el 64,29% obtuvieron los dos puntos disponibles desarrollando de manera correcta el ejercicio. El 75,86% del grupo experimental demostraron hallar la ecuación canónica correspondiente y graficaron con exactitud la cónica indicada y el 24,14% del grupo experimental no determinaron de manera correcta la ecuación canónica ni la gráfica de la cónica.

Determina las longitudes de los ejes y el centro de la elipse y grafica correctamente la cónica (Ref. M.5.2.17.)

La actividad consistió en determinar la longitud de los ejes mayor y menor, el centro y la gráfica de una elipse dada su ecuación y se valoró con 4 puntos. En el grupo control, el 53,57% de los alumnos no obtuvieron los 4 puntos, ya que no desarrollaron los ejercicios de manera correcta y el 46,43% lo resolvieron correctamente. Por su parte, en el grupo experimental el 58,62% obtuvieron los 4 puntos, porque resolvieron correctamente solicitado y el 41,38% no resolvieron el ejercicio planteado.

Reconoce las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen o con centro fuera del origen. (Ref. M.5.2.17.)

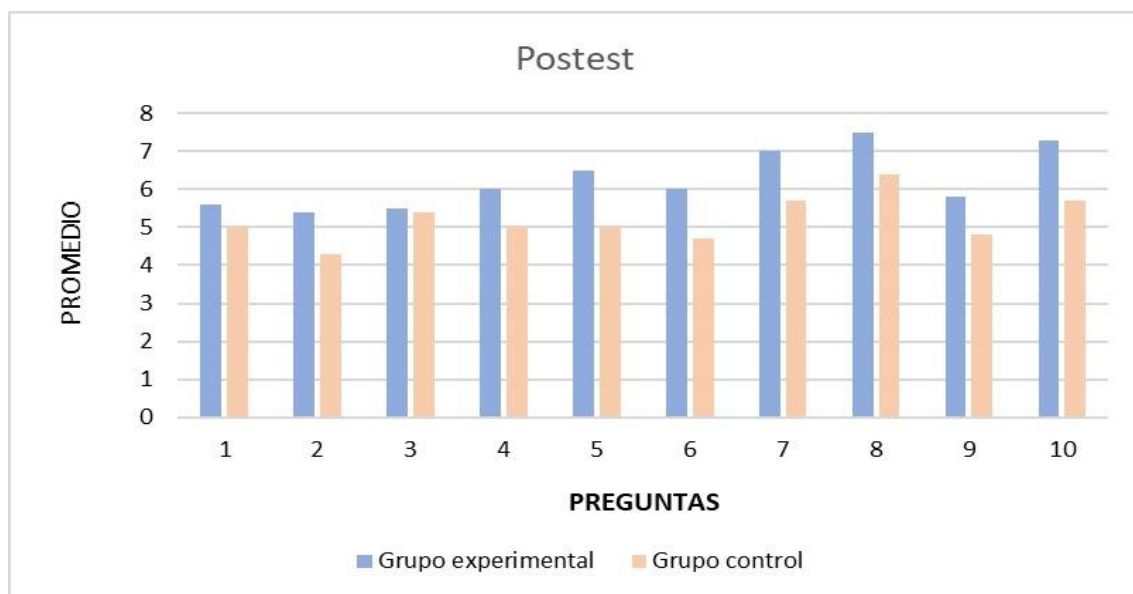
La actividad consistió en relacionar cada gráfica con su respectiva ecuación, luego debían seleccionar una opción de respuesta de las cuatro propuestas. En el grupo de control, el 42,86% no marcaron la respuesta correcta y el 57,14% señalaron la respuesta correcta. En cambio, en el



grupo experimental el 72,41% señalaron la respuesta correcta y el 27,59% del grupo no marcaron la respuesta correcta.

Con la finalidad de proporcionar una comparativa de los resultados, se presenta la Figura 7, en la cual se expone la tabulación de los promedios obtenidos por los estudiantes del grupo control y experimental posterior a la revisión del postestEscriba aquí la ecuación..

Figura 7
Postest grupo control y experimental



La comparación que se presenta, refleja los resultados de las 10 preguntas realizadas en el postest y el promedio que obtuvo el grupo sobre 10 puntos en cada pregunta.

Allí se evidencia que el grupo control mantiene un promedio inferior al promedio del grupo experimental, situación que se ve invertida en comparación con los resultados obtenidos en el pretest antes de la intervención de la propuesta en el grupo experimental, en el cual se obtuvo un promedio del grupo experimental inferior al promedio del grupo control, lo cual denota un aumento en el logro de las destrezas evaluadas, habiendo sido la ejecución del plan de

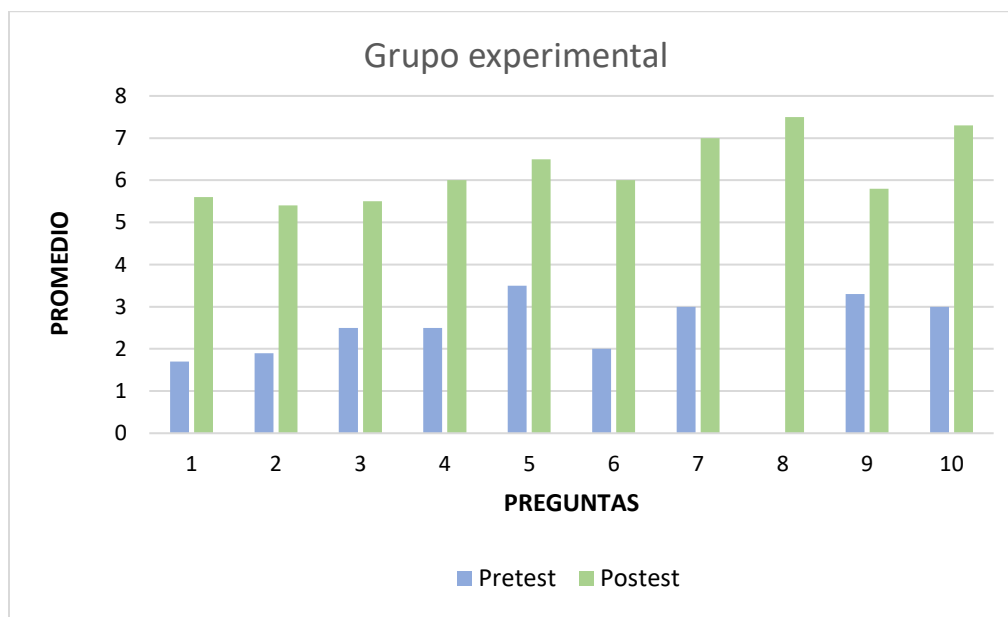


actividades de refuerzo, una propuesta cuyos resultados se evidencian mediante la mejora del promedio por destreza evaluada.

El grupo control es la referencia de la investigación, en la cual no se implementó la propuesta, pero se evaluó de igual manera que en el grupo experimental para realizar un contraste en los promedios obtenidos antes y después de la intervención. A continuación, se presenta los datos del grupo experimental, en los que se exponen los resultados de la evaluación del pretest y se realiza la comparativa frente a los datos obtenidos por el mismo grupo en el postest posterior a la implementación de la propuesta.

Figura 8

Resultados del pretest y postest correspondientes al grupo experimental



En el pretest, se evidencia que en el promedio de los estudiantes en 9 de las 10 preguntas el resultado es inferior a los 4 puntos sobre 10, situándose en un curso que no alcanza los aprendizajes requeridos en dichas destrezas con un promedio mínimo de 1,70 y máximo de 4,50. Además, el paralelo presenta un valor promedio de 2,79 sobre 10 puntos. Dichos datos presentan una desviación estándar de 0,85.



En el postest, después de la implementación de la propuesta ninguna de las destrezas evaluadas se sitúa en el mismo rango que en el pretest, siendo el promedio más bajo de 5,40 y un máximo de 7,50, con un valor promedio de 6,26 puntos sobre 10 en las 10 preguntas del postest. En este caso con una desviación estándar de 0,78.

Teniendo en cuenta que la desviación estándar permite analizar qué tan dispersos se encuentran los datos en función de la media. En el pretest la desviación estándar de 0,85 indica que los datos de los promedios obtenidos por los estudiantes se encuentran más dispersos que los promedios del postest, ya que para este último la desviación estándar se encuentra en 0,78. Lo anterior evidencia que el aprendizaje de los estudiantes posterior a la implementación de la propuesta adoptó un avance más regular entre los compañeros del curso y de ser el caso, mediante la continuidad de la implementación en un tiempo más prolongado dicha desviación podría reducirse paulatinamente hasta obtener un aprendizaje grupal constante y equitativo.

Finalmente, como el grupo control aporta mejores resultados posterior a la implementación del Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato, se contribuye con el artículo 206 del reglamento general de la LOEI, mismo que procura la retroalimentación continua en el aula de clase, de manera que la intervención de la propuesta viabiliza el adecuado fortalecimiento de los conocimientos de los estudiantes en las destrezas involucradas en la investigación.



Conclusiones

Es importante dominar destrezas previas para el logro de destrezas nuevas en el transcurso de la formación de los estudiantes, mediante la revisión teórica realizada se aporta con el sustento teórico necesario para el adecuado trabajo realizado con el objeto de estudio, o cual permitió evidenciar la importancia del logro de las destrezas curriculares previstas para cada año lectivo en curso. Del mismo modo, la viabilidad que ofrece el método Pólya en la resolución de problemas matemáticos, el cual fue un elemento de importancia en el refuerzo de las destrezas matemáticas parcialmente logradas.

En el diagnóstico, las principales falencias evidenciadas en la práctica educativa se relacionan al logro parcial de las destrezas matemáticas [Ref. M.5.1.10., M.5.3.1., M.5.2.3., M.5.1.55., M.5.2.17.], mismas que al no ser logradas en su totalidad impiden el adecuado estudio de nuevas destrezas correspondientes a nuevas unidades curriculares, situación que se determinó con mayor exactitud mediante el análisis de los resultados del pretest. Siendo estos los resultados obtenidos en la fase diagnóstica, mismos que conllevaron a determinar que amerita la intervención de la pareja pedagógica para solventar las complicaciones que dicha problemática implica, pues los resultados del pretest situaron a los estudiantes en un logro parcial de las destrezas evaluadas.

Posteriormente, para las actividades del refuerzo fue diseñada la propuesta denominada “Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato” en 5 diferentes sesiones, con una duración de 90 min. Tiempo determinado para desarrollar las actividades planificadas para el refuerzo de acuerdo a la temática a abordar en cada sesión.

En el desarrollo de las sesiones de refuerzo se plantearon ejercicios matemáticos en los que los estudiantes aplicaron el método Pólya para comprender y resolver de manera adecuada



los planteamientos, mismos que se relacionan con los temas de cada sesión viabilizando el refuerzo y comprensión de cada destreza. Junto a la realización de dichos ejercicios se desarrolló una clase en cada sesión que aportó para la comprensión de la destreza implicada y la resolución del planteamiento. Las sesiones fueron planificadas para ejecutarse de manera presencial; sin embargo, la situación en la institución educativa se vio modificada por diferentes medidas que determinó el Ministerio de Educación, por lo que las sesiones 4 y 5 se realizaron de manera virtual empleando diferentes herramientas digitales para su desarrollo, pero cubriendo los contenidos planificados.

Finalmente, en la valoración del logro de las destrezas se desarrolló el postest como instrumento de evaluación para analizar el avance de los estudiantes sobre el logro de las destrezas planteadas para el refuerzo académico, en la cual los estudiantes demostraron tener un mayor dominio en contraste con el dominio que mantenían antes de la intervención. También se realizó la observación áulica con la utilización de los diarios de campo posterior a la implementación, evidenciando la mejora en la motivación de los estudiantes en el desarrollo de la clase y la comprensión de las destrezas trabajadas.

Recomendaciones

Se recomienda realizar la implementación de la propuesta en un tiempo más prolongado ya que, desarrollar una destreza en una sola sesión de 90 minutos en ocasiones resulta limitada por los diferentes imprevistos que se presentan en el desarrollo de una clase. Por lo que se recomienda un mínimo de dos sesiones por cada destreza a trabajar. Asimismo, se recomienda planificar las sesiones contemplando las diferentes jornadas educativas en las que se pierden horas de clase en la institución, porque son situaciones que limitan y prolongan la implementación de la propuesta.



En el cronograma de aplicación de la propuesta, es recomendable contemplar unas semanas adicionales al final de la intervención, así, en caso de que los estudiantes no tengan la hora clase planificada se pueda postergar la sesión sin quedarse sin tiempo para implementar la propuesta.

La propuesta de intervención se ejecutó en el área de Matemáticas, sin embargo, el método Pólya se puede aplicar para las diferentes áreas en las que se presente la necesidad de un refuerzo académico debido a la adaptabilidad que poseen los cuatro pasos del método según el planteamiento en el que se trabaje.



Referencias Bibliográficas

Álvarez, M. (2020). *La heurística como método didáctico para el fortalecimiento de la competencia matemática de resolución de problemas en estudiantes de 5° grado de educación básica de la I.E.D. "Rodolfo Llinas Riascos" de barranquilla-atlántico*. [Tesis de maestría en educación Universidad Sergio Arboleda - Seccional Barranquilla].

<https://goo.su/TbGE>

Araujo, B. (2010). *Cómo desarrollar destrezas con criterio de desempeño*. Santillana.

<https://es.calameo.com/read/004693361e81cb395af49>

Ariza, C (2017). *El método de George Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de cuarto grado de la institución educativa Anna Vitiello del municipio de los patios*. [Tesis de maestría en Educación, Universidad autónoma de Bucaramanga facultad de ciencias sociales humanidades y artes programa maestría en educación].

https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2236/2017_Tesis_Ariza_Ni%C3%B1o_Carlos_Roque.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Asamblea Nacional del Ecuador. (2008). Constitución del Ecuador.

http://www.oas.org/juridico/MLA/sp/ecu/sp_ecu-int-text-const.pdf

Barrón, J., Basto, I & Garro, L. (2021). Método Pólya en la mejorar del aprendizaje matemático en estudiantes de primaria. *593 Digital Publisher*, 6 (5-1), 166-176.

https://www.593dp.com/index.php/593_Digital_Publisher/article/view/752/808

Cárdenas, H. (2014). *Fortalecimiento del aprendizaje autónomo mediante actividades didácticas en el proceso de enseñanza de las matemáticas en el grado sexto de la institución educativa técnico industrial Gustavo Jiménez*. [Tesis de especialización en pedagogía



para el desarrollo del aprendizaje autónomo, Universidad Abierta y a Distancia]

<https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/2532/9528135.pdf?sequence=1&is>

[Allowed=y](#)

Crispín, M., Doria, M., Rivera, A., Garza, M., Carrillo, S., Guerrero, L., Patiño, H., Caudillo, L.,

Fregoso, A., Martínez, J., Esquivel, M., Loyola, M., Costopoulos de la Puente, Y., Athié,

M. (2011). Aprendizaje autónomo: orientaciones para la docencia. *Universidad*

Iberoamericana. <http://biblioteca.clacso.edu.ar/Mexico/dcsyp->

[uia/20170517031227/pdf_671.pdf](http://biblioteca.clacso.edu.ar/Mexico/dcsyp-)

Díaz, L., Torruco, U., Martínez, M., & Varela, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y

dinámico. *Investigación en Educación Médica*, 2(7), 162-167.

<https://www.redalyc.org/pdf/3497/349733228009.pdf>

Domínguez, J., & Pino, M. (2014). Motivación intrínseca y extrínseca: análisis en adolescentes

gallegos. *International journal of developmental and educational psychology*, 1 (1), 349-

358. <https://www.redalyc.org/pdf/3498/349851780036.pdf>

Donoso, E., Valdés, R., Cisternas, P., Cáceres, P. (2020). Enseñanza de la resolución de

problemas matemáticos: Un análisis de correspondencias múltiples. *Diálogos sobre*

educación. *Temas actuales en investigación educativa*, 11 (21).

<https://www.redalyc.org/journal/5534/553466654013/html/>

Espinoza, J. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica

en clases de matemática. *Atenas*, 3 (39), 64-79.

<https://www.redalyc.org/journal/4780/478055149005/html/>



Fariás, D., y Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la

Administración. *Formación Universitaria*, 3 (6), 33–40.

https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-50062010000600005

Gil, A., Jiménez, R., Moreno, M., Moreno, B., Del Villar Álvarez, F., & García, L. (2010).

Análisis de la motivación intrínseca a través de las necesidades psicológicas básicas y la dimensión subjetiva de la toma de decisiones en jugadores de voleibol. *Revista Iberoamericana de Psicología del Ejercicio y el Deporte*, 5 (1), 29-44.

<https://www.redalyc.org/comocitar.oa?id=311126267003>

Gómez, P., Jácome, J (2018). *Efecto de la metodología de Pólya en el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de grado cuarto*. [Tesis de maestría en educación Barranquilla Universidad de la costa facultad de humanidades].

<https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/133/73548816%20-%2085435419.pdf?sequence=1&isallowed=y>

Hernández, R. y Mendoza, C. (2018). Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta, Ciudad de México, México: *Editorial Mc Graw Hill Education*, ISBN: 978-1-4562-6096-5, 714 p.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista L. (2014). Metodología de la investigación (6a. ed.). México D.F.: McGraw-Hill.

Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). Educación en Ecuador. Resultados de PISA

Kuznik, A., Hurtado, A., & Espinal, A. (2010). El uso de la encuesta de tipo social en

Traductología. Características metodológicas. *MonTI. Monografías de Traducción e Interpretación*, (2), 315-344. <https://www.redalyc.org/pdf/2651/265119729015.pdf>



Lara, M., Lara, M., Ruíz, M., & Carpio, S. (2022). La incidencia del método de Pólya en la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales a estudiantes de Segundo de Bachillerato.

Polo del conocimiento, 7 (4), 404-427.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8482987>

Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) - Ministerio de Educación. 25 de agosto de

2015 (Ecuador). [https://educacion.gob.ec/wp-](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Ley_Organica_de_Educacion_Intercultural_LOEI_c)

[content/uploads/downloads/2017/02/Ley_Organica_de_Educacion_Intercultural_LOEI_c](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Ley_Organica_de_Educacion_Intercultural_LOEI_c)
[odificado.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Ley_Organica_de_Educacion_Intercultural_LOEI_c)

Llanga, M., Silva, M., & y Vistin, J. (2019) “Motivación extrínseca e intrínseca en el estudiante.

Revista Atlante Cuadernos de Educación y Desarrollo.

<https://www.eumed.net/rev/atlante/2019/09/motivacion-extrinseca-intrinseca.html>

Martín, N., Martín, V., & Trevilla, C. (2009). Influencia de la motivación intrínseca y extrínseca

sobre la transmisión de conocimiento. El caso de una organización sin fines de lucro.

CIRIEC-España, *Revista de Economía Pública, Social y Cooperativa*, (66), 187-211.

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17413043009>

Meneses, M. & Peñaloza, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para

fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas.

Zona Próxima, 31, 7-25. <http://www.scielo.org.co/pdf/zop/n31/2145-9444-zop-31-8.pdf>

Ministerio de Educación del Ecuador [MINEDUC]. (2016). Currículo Nacional de Matemática.

Ministerio de Educación. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/4->

[M.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/4-M.pdf)



- Ministerio de educación. (2010). “Actualización y fortalecimiento curricular a la educación General Básica”. Coordinación editorial: Martha Alicia Guitarra Santacruz.: Ecuador.
https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2012/08/AC_2.pdf
- Morales, E. (2009). Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior. *Scielo*, 13 (52).
https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-48212009000300004
- Mota, D., & Valles, R. (2015). Papel de los conocimientos previos en el aprendizaje de la matemática universitaria. *Acta Scientiarum. Education*, 37 (1), 85-90.
<https://www.redalyc.org/pdf/3033/303332696010.pdf>
- Navarro, D. (2013). El proceso de observación: El caso de la práctica supervisada en inglés en la Sede de Occidente. *InterSedes: Revista de las Sedes Regionales*, XIV (28),54-69.
<https://www.redalyc.org/pdf/666/66629446004.pdf>
- Ortiz, A. (2002). Didáctica problematizadora y aprendizaje basado en problemas. *Litoral para el desarrollo*.
https://books.google.com.ec/books?id=26z_PnvKSfMC&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false
- Peña, A., Colón, A., & Ramos, I. (2021). Aplicación de estrategias heurísticas en la solución de problemas que se modelan mediante ecuaciones algebraicas en estudiantes de una institución educativa. *RECIE. Revista Caribeña de Investigación Educativa*, 5 (2), 144–158. <https://doi.org/10.32541/recie.2021.v5i2.pp144-158>
- Pérez, K., & Hernández Sánchez, J. (2015). La comprensión en la solución de problemas matemáticos: una mirada actual. *Luz*, 14 (4), 16-29.
<https://www.redalyc.org/pdf/5891/589165733003.pdf>



Pérez, Y., & Beltrán, C. (2011). ¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo?

Algunas consideraciones preliminares. *EduSol*, 11 (34), 1-16.

<https://www.redalyc.org/pdf/4757/475748673009.pdf>

Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Reglamento general a la ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) - Ministerio de

Educación. 22 de octubre de 2015 (Ecuador). [https://educacion.gob.ec/wp-](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Reglamento-General-a-la-Ley-OrgAnica-de-Educacion-Intercultural.pdf)

[content/uploads/downloads/2017/02/Reglamento-General-a-la-Ley-OrgAnica-de-Educacion-Intercultural.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2017/02/Reglamento-General-a-la-Ley-OrgAnica-de-Educacion-Intercultural.pdf)

Reyes, M. (2017). Desarrollo de la competencia de aprendizaje autónomo en estudiantes de

Pedagogía en un modelo educativo basado en competencias. *REXE. Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 16 (32), 67-82.

<https://www.redalyc.org/journal/2431/243153684004/html/>

Salinas, P y Cárdenas, M. (2009). Métodos de investigación social. *INTIYAN*.

<https://biblio.flacsoandes.edu.ec/libros/digital/55365.pdf>

Torres, A., & López, D. (2014). Criterios para publicar artículos de revisión sistemática. *Revista de Especialidades Médico-Quirúrgicas*, 19(3),393-399.

<https://www.redalyc.org/pdf/473/47332498021.pdf>

Vera, a., & Jara, P. (2018). *El Paradigma socio crítico y su contribución al Prácticum en la*

Formación Inicial Docente. [Facultad de Educación, Universidad Católica de la

Santísima] <http://innovare.udec.cl/wp-content/uploads/2018/08/Art.-5-tomo-4.pdf>

Zenteno, F. (2017). Método de resolución de problemas y rendimiento académico en lógica matemática. *Opción*, 33 (84), 440-470.

<https://www.redalyc.org/pdf/310/31054991016.pdf>



Anexos

Anexo 1. Guía de preguntas de la encuesta a estudiantes aplicada en la fase diagnóstica

ENCUESTA DIAGNÓSTICA

UNIDAD EDUCATIVA “JUAN BAUTISTA VASQUEZ”

La información obtenida de esta encuesta será únicamente con fines académicos puesto que ayudará a plantear e implementar una propuesta de intervención educativa para contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes.

Marque con una “x” la opción que usted considere de acuerdo a sus percepciones

1. ¿Tiene conocimiento de que para cursar cada año lectivo debe dominar los temas matemáticos estudiados en ese año?

Sí No

2. ¿Considera haber logrado los contenidos matemáticos estudiados en años lectivos anteriores?

Sí No

3. ¿Cree Ud. que los temas de matemática estudiados en años lectivos anteriores se emplean en el año lectivo actual en nuevos procedimientos matemáticos?

Sí No



4. ¿Considera estar listo para trabajar todos los temas de Matemática estudiados en años lectivos anteriores?

Sí No

5. ¿De acuerdo a la siguiente clasificación, señale la que considere que corresponde a sus destrezas matemáticas del anterior año lectivo?

Destrezas nada logradas

Destrezas parcialmente logradas

Destrezas completamente logradas

6. ¿Considera necesario y oportuno un refuerzo de los temas que no se han logrado en su totalidad durante los años lectivos anteriores?

Sí No

7. ¿Conoce Ud. el método Pólya, como un método empleado para la resolución de problemas?

Sí No

8. En caso de no conocer el método Pólya, ¿le gustaría conocer e implementar dicho método en la resolución de planteamientos matemáticos?



___ Sí ___ No

Anexo 2. Guía de preguntas de la entrevista estructurada al docente

ENTREVISTA DIRIGIDA AL DOCENTE DE MATEMATICAS

UNIDAD EDUCATIVA “JUAN BAUTISTA VASQUEZ”

La información obtenida de esta entrevista será únicamente con fines académicos puesto que ayudará a plantear e implementar una propuesta de intervención educativa para contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes.

1. ¿Considera usted que las destrezas matemáticas del anterior año lectivo de los estudiantes de tercero de bachillerato están logradas en su totalidad? ¿Por qué?

2. ¿Cree usted que las destrezas matemáticas del anterior año tienen importancia en el año lectivo presente? ¿Por qué?

3. ¿Considera usted que es necesario y esencial el refuerzo de las destrezas del anterior año en los estudiantes de tercero de bachillerato?



4. Conociendo que los estudiantes no dominan las destrezas previas ¿Por qué no se resuelve dicha problemática mediante clases de refuerzo?

5. De acuerdo a su experiencia ¿Cree usted que emplear otro método de aprendizaje es más efectivo para contribuir en las destrezas matemáticas del anterior año lectivo en los estudiantes de tercero de bachillerato?

6. ¿Conoce usted sobre el método Pólya? ¿Ha empleado este método durante su carrera profesional como docente?

Anexo 3. Cuestionario correspondiente al pretest

PRETEST			
JORNADA	MATUTINA	NIVEL	BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO
GRADO/CURSO	TERCERO	PARALELO:	C-D
ÁREA	MATEMÁTICAS	ASIGNATURA	MATEMÁTICA
AÑO LECTIVO	2023/2024	PUNTAJE	/34
DOCENTE	Lilian Muñoz – Manuel Vasquez		
ESTUDIANTE			

INDICACIONES:

1. Lea detenidamente cada una de las preguntas



2. Desarrolle los ejercicios propuestos de manera individual

Destreza con criterio de desempeño /Indicadores de Evaluación	Ítems	Valor
Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas empleando el método de reducción. (Ref M.5.1.10.)	1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones empleando el método de reducción. $\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x + 2y + 2z = 3 \\ -x + y + z = 0. \end{cases}$	/3
Determina el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértices de funciones lineales y cuadráticas. (Ref. .5.3.1.)	2. Determine el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vertice de las siguientes funciones. Grafíquelas $f(x) = 2x^2 - 3$ $f(x) = -2x + 1$	/9



<p>Sumar, restar vectores y realiza producto punto de un vector de forma geométrica y de forma analítica. (Ref. M.5.2.3.)</p>	<p>3. Desarrolle las siguientes operaciones de vectores</p> <p>Sean $\vec{A} = (3, 5)$, $\vec{B} = (-1, 4)$. Entonces, $\vec{A} \cdot \vec{B}$.</p>	/1
	<p>4. Resuelva los literales a y b y realice su gráfica correspondiente.</p> <p>$\vec{A} = (3, 7)$ $\vec{B} = (-2, 9)$ $\vec{C} = (5, 8)$</p> <p>a. $\vec{A} + \vec{B} =$</p> <p>b. $\vec{C} - \vec{B} =$</p>	/4
<p>Realiza operaciones con funciones aplicando las propiedades de los números reales. (Ref. M.5.3.1.)</p>	<p>5. Calcular la siguiente función compuesta dadas $f(x)$ y $g(x)$</p> <p>$f(x) = x^2$ $g(x) = x^2 - 4x + 8$</p> <p>$(f \circ g)(2)$</p>	/2
<p>Identifica las progresiones aritméticas y geométricas; y, mediante sus propiedades y</p>	<p>6. El primer término de una progresión aritmética es 7, y el décimo quinto es 49. Hallar la diferencia y la suma de los quince primeros términos.</p>	/2

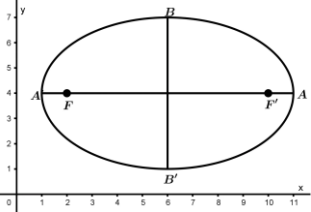
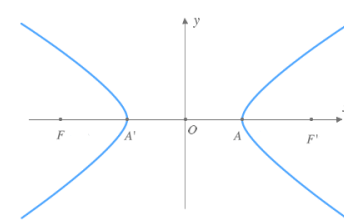
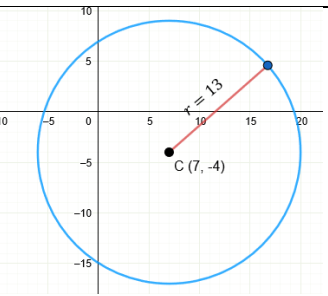
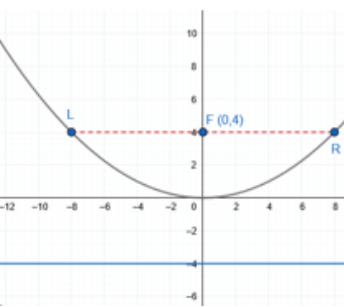


fórmulas, resuelve problemas reales de matemáticas (Ref. M.5.1.55.)	7. De una progresión se conoce $a_4 = 128$ y $r = 4$. Calcule la suma de sus ocho primeros términos.	/1
Determina la ecuación canónica de la circunferencia y realiza su gráfica correspondiente. (Ref. M.5.2.17.)	8. Halle la ecuación canónica de la siguiente circunferencia y gráfiquela. $C = (2, -5) \quad r = 6$	/2
Determina la ecuación general, el lado recto, el parámetro y coordenadas del vértice de la parábola y grafícala correctamente e la cónica. (Ref. M.5.2.17.)	9. Determine la ecuación general, el lado recto, el parámetro y las coordenadas del vértice de la siguiente parábola y grafíque: $(x - 2)^2 = 4(y + 1)$	/6



10. Escriba V o F según la gráfica y ecuación correspondiente a las cónicas.

Reconoce las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen o con centro fuera del origen.
(Ref. M.5.2.17.)

Cónica	Ecuación	Verdadero/ Falso
	$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$	
	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	
	$(y-k)^2 + (x-h)^2 = r^2$	
	$(x-h)^2 = 2p(y-k)$	

/4



TOTAL		/10

ELABORADO POR	REVISADOR POR:	APROBADO POR:
Lilian Adriana Muñoz Rivera Manuel Benjamín Vasquez Valverde	Mgs. German Wilfrido Panamá Criollo	Analista Pablo Morocho

Anexo 4. Cuestionario correspondiente al postest

POSTEST			
JORNADA	MATUTINA	NIVEL	BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO
GRADO/CURSO	TERCERO	PARALELO:	D-C
ÁREA	MATEMÁTICAS	ASIGNATURA	MATEMÁTICA
AÑO LECTIVO	2023/2024	PUNTAJE	/32
DOCENTE	Lilian Muñoz – Manuel Vasquez		
ESTUDIANTE			

INDICACIONES:

- 1. Lea detenidamente cada una de las preguntas*
- 2. Desarrolle los ejercicios propuestos de manera individual*

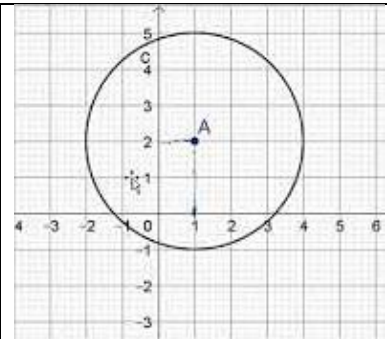


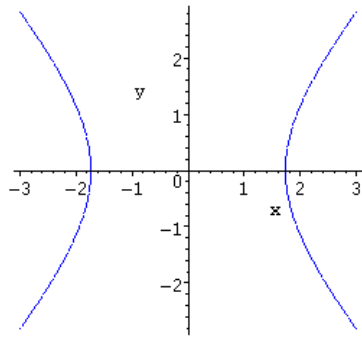
Destreza con criterio de desempeño /Indicadores de Evaluación	Ítems	Valor
Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas empleando el método de reducción. (Ref M.5.1.10.)	1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones empleando el método de reducción. $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - 2y = -1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$	/3
Determina el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vértices de funciones lineales y cuadráticas. (Ref M.5.3.1.)	2. Determine el dominio, recorrido, cortes con los ejes y vertice de las siguientes funciones. Grafíquelas $f(x) = 2x^2 - 2$ $f(x) = -3x + 5$	/9



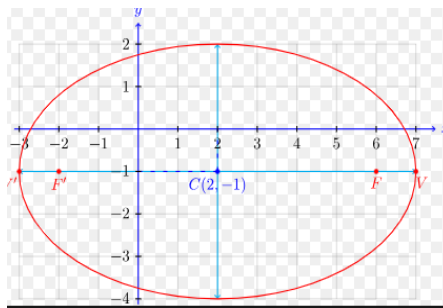
Sumar, restar vectores y realiza producto punto de un vector de forma geométrica y de forma analítica. (Ref. M.5.2.3.)	3. Desarrolle la siguiente operación de vectores $\vec{A} = (-3, 9)$ $\vec{B} = (2 - 4)$ $\vec{A} \cdot \vec{B}$	/1
	4. Resuelva los literales a y b y realice su grafica correspondiente. $\vec{A} = (2, 5)$ $\vec{B} = (-3, 7)$ $\vec{C} = (4, 6)$ c. $\vec{A} - \vec{B} =$ d. $\vec{C} + \vec{B} =$	/4
Realiza operaciones con funciones aplicando las propiedades de los números reales. (Ref. M.5.3.1.)	5. Calcular la siguiente función compuesta dadas f(x) y g(x) $f(x) = x^2$ $g(x) = x - 3x + 5$ $(f \circ g)(3)$	/2
Identifica las progresiones aritméticas y geométricas; y, mediante sus propiedades y fórmulas, resuelve problemas reales de matemáticas	6. El primer término de una progresión aritmética es 1, y su diferencia es 3. Hallar el cuarto término de la progresión y la suma de los 4 primeros términos.	/2
	7. De una progresión se conoce $a_1 = 3$; $a_5 = 48$ y $r = 2$. Calcule la suma de sus 5 primeros términos.	/1



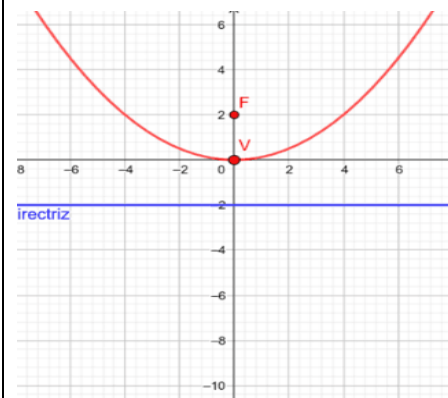
(Ref M.5.1.55.)		
Determina la ecuación canónica de la circunferencia y realiza su gráfica correspondiente. (Ref. M.5.2.17.)	8. Halle la ecuación canónica de la siguiente circunferencia y gráfiquela. $C = (2, 4) \quad r = 3$	/2
Determina las longitudes de los ejes y el centro de la elipse y grafica correctament e la cónica. (Ref. M.5.2.17.)	9. Determine la longitud del eje mayor y menor y el centro de la siguiente elipse y grafique: $\frac{(x-6)^2}{25} + \frac{(y+4)^2}{9} = 1$	/4
Reconoce las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen. (Ref. M.5.2.17.)	10. Una con una línea la gráfica con su ecuación correspondiente 	/4



$$b) (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$



$$c) x^2 = 4py$$



$$d) \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

TOTAL

/10

ELABORADO POR	REVISADOR POR:	APROBADO POR:
Lilian Adriana Muñoz Rivera Manuel Benjamín Vasquez Valverde	Mgs. German Wilfrido Panamá Criollo	Analista Pablo Morocho



Anexo 5. Planificaciones microcurriculares que componen la propuesta denominada: “Fortalecimiento matemático a través del método Pólya en estudiantes de tercero de bachillerato”

PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR DE MATEMÁTICA					
Datos informativos					
Nombre de la institución	Juan Bautista Vásquez				
Nombre del docente	Lilian Muñoz y Manuel Vasquez				
Área	MATEMÁTICA	Curso/grado: TERCERO DE BGU “C” y “D”	Año lectivo	2023 -2024	
Asignatura	Matemática		Tiempo	90 MIN (dos horas clase)	
Tema	Sistema de Ecuaciones Lineales				
Objetivos del área	O.M.5.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.				
DCD	Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas (infinitas soluciones) utilizando los métodos de sustitución o eliminación (<i>Ref. M.5.1.10.</i>)				
Contenido/destreza (¿Qué van a aprender?)	Actividades de aprendizaje Estrategias metodológicas (¿Cómo van a aprender?)	Tiempo	Recursos	Evaluación (¿Qué y cómo evaluar?)	
				Indicadores de evaluación de la clase	Técnicas e instrumentos de evaluación



<p>Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas (infinitas soluciones) utilizando los métodos de sustitución o eliminación. (REF. M.5.1.10.)</p>	<p>Apertura de la clase:</p> <ul style="list-style-type: none">• Presentar una situación problemática.• Lluvia de ideas (escritas por los estudiantes en la pizarra) <p>Desarrollo de la clase:</p> <ul style="list-style-type: none">• Desarrollo de la clase a partir de la problemática presentada antes y de la lluvia de ideas. <p>• Problema: Una familia consta de una madre, un padre y una hija. La suma de las edades actuales de los 3 es de 80 años. Dentro de 22 años, la edad del hijo será la mitad que la de la madre. Si el padre es un año mayor que la madre, ¿qué edad tiene cada uno actualmente?</p> <p>Para cada uno de los pasos se le plantea al estudiante una serie de preguntas para analizar el problema:</p> <p>Comprende el problema: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición?</p> <p>X = madre</p>	80 minutos.	<ul style="list-style-type: none">- Marcadores- Esferos- Lápiz- Pizarra- Cuaderno del estudiante	Resuelve sistemas de ecuaciones mxn con diferentes tipos de soluciones y empleando varios métodos. (REF. I.M.5.2.1.)	<ul style="list-style-type: none">• Técnicas: observación directa, escucha activa, resolución de problemas.• Instrumentos: Participación en clase.
--	---	-------------	--	---	---



	<p>Y = padre Z = hijo</p> <ul style="list-style-type: none">• $x + y + z = 80$• $\frac{x + 22}{2} = z + 22$ <p>Concebir un plan: ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? ¿Puede resolver una parte del problema? ¿Ha empleado todos los datos?</p> <p>A partir de los datos ya recopilados del problema, la manera de resolver el mismo será mediante un sistema de ecuaciones lineales de 3x3</p> <p>Ejecución del plan: ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?</p> $\begin{cases} x + y + z = 80 \\ x - 2z = 22 \\ x - y = -1 \end{cases}$ <p>Aplicamos una de los métodos para la resolución del sistema</p>				
--	--	--	--	--	--



	<p>de ecuaciones (reducción) y encontrar la posible solución.</p> <p>Examinar la solución obtenida: ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado de forma diferente?</p> $X = 36$ $Y = 37$ $Z = 7$ <p>Reemplazamos los valores encontrados de las 3 variables en las ecuaciones para obtener la igualdad y comprobar que la respuesta esta correcta.</p> <ul style="list-style-type: none">• Juego de participación (tingo-tingo tango)• Realización de ejercicios conjunto a los estudiantes. Despejo de dudas e inquietudes referente al tema de clase.				
--	---	--	--	--	--



**UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN**

	Evaluación de la clase: <ul style="list-style-type: none">• Resolución de un crucigrama (trabajo colaborativo).	10 minutos	- Hoja del crucigrama	• Rúbrica realizada por las practicantes Total: 10 puntos	
--	--	------------	-----------------------	--	--

ELABORADO	VALIDADO
PRACTICANTES: Lilian Muñoz y Manuel Vasquez	DOCENTE: Analista Pablo Morocho
FIRMA:	FIRMA:
FECHA: 07/12/23	FECHA: 07/12/23

Trabajo de Integración Curricular

Lilian Adriana Muñoz Rivera
Manuel Benjamín Vasquez Valverde



PLANIFICACIÓN MICROCURRICULAR DE MATEMÁTICA

Datos informativos

Nombre de la institución	Juan Bautista Vásquez				
Nombre del docente	Lilian Muñoz y Manuel Vasquez				
Área	MATEMÁTICA	Curso/grado: TERCERO DE BGU “C” y “D”	Año lectivo	2023 -2024	
Asignatura	Matemática		Tiempo	90 MIN(dos horas clase)	
Tema	Cónicas				
Objetivos del área	O.M.5.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.				
DCD	Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver (REF. M.5.2.17.)				
Contenido/destreza (¿Qué van a aprender?)	Actividades de aprendizaje Estrategias metodológicas (¿Cómo van a aprender?)	Tiempo	Recursos	Evaluación (¿Qué y cómo evaluar?)	
				Indicadores de evaluación de la clase	Técnicas e instrumentos de evaluación
Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver (REF. M.5.2.17.)	<p>Apertura de la clase:</p> <ul style="list-style-type: none"> Lluvia de ideas (uso de la plataforma mentimeter) <p>Desarrollo de la clase:</p> <ul style="list-style-type: none"> Desarrollo de la clase a partir de la lluvia de ideas de los estudiantes. Problema: Este espejo tiene forma elíptica. El radio mayor de la elipse descrita por el espejo es de 36 cm, mientras que el radio menor es de 25 cm. Escriba su ecuación. 	80 minutos.	<ul style="list-style-type: none"> Computadora Esferos Lápiz Cuaderno del estudiante Plataforma digital 	Identifica y reconoce las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola para resolver y plantear problemas (por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.) (REF. M.5.2.17.)	<ul style="list-style-type: none"> Técnicas: observación directa, escucha activa, resolución de problemas Instrumentos: Participación en clase.



Para cada uno de los pasos se le plantea al estudiante una serie de preguntas para analizar el problema:

Comprende el problema:

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?

El estudiante se sitúa de que cónica trata el problema.

- En este caso tenemos una elipse cuyo eje mayor se encuentra paralelo al eje “y”
- Longitud eje mayor = 36cm
- Longitud eje menor = 25cm



	<ul style="list-style-type: none">• Se establece la incógnita del problema: la ecuación de la elipse. <p>Concebir un plan: ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? ¿Puede resolver una parte del problema? ¿Ha empleado todos los datos?</p> <p>El estudiante determina la ecuación que utilizará para dar respuesta al problema, entre las posibles ecuaciones se tiene:</p> <ul style="list-style-type: none">• $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$• $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ <p>Ejecución del plan: ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?</p> <p>El estudiante deberá aplicar la ecuación correspondiente al problema, como en este caso la gráfica muestra que es una elipse paralela al eje “y” utilizaremos dicha ecuación:</p>				
--	--	--	--	--	--



	<ul style="list-style-type: none">• $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ <p>Por lo tanto, quedaría de la siguiente manera:</p> <ul style="list-style-type: none">• $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$ <p>Examinar la solución obtenida:</p> <p>¿Puede usted verificar el resultado?</p> <p>¿Puede verificar el razonamiento?</p> <p>¿Puede obtener el resultado de forma diferente?</p> <p>Analizar paso a paso cada parámetro que realizó y verificar que no haya cometido algún error en el trayecto para la resolución.</p> <p>Finalmente puede comprobar graficando la cónica a partir de la ecuación que encontró, este lo puede realizar a mano o con la ayuda de la plataforma de GeoGebra.</p> <ul style="list-style-type: none">• Uso de simulador (GeoGebra- sesión cónicas) para el desarrollo de la clase• Preguntas dirigidas.• Realización de ejercicio conjunto a los estudiantes.• Despejo de dudas e inquietudes referente al tema de clase.				
--	---	--	--	--	--



**UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN**

	Evaluación de la clase: <ul style="list-style-type: none">• Actividad: completa la frase (en esta actividad los estudiantes deberán completar la frase que se compartirá en pantalla para resumir la clase)	10 minutos	- Documento PDF	• Rubrica realizada por las practicantes Total: 10 puntos	
--	--	------------	-----------------	--	--

ELABORADO	VALIDADO
PRACTICANTES: Lilian Muñoz y Manuel Vasquez	DOCENTE: Analista Pablo Morocho
FIRMA: FECHA: 18/01/2024	FIRMA: FECHA: 18/01/24



DECLARATORIA DE PROPIEDAD INTELECTUAL Y CESIÓN DE DERECHOS DE PUBLICACIÓN
PARA EL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
DIRECCIONES DE CARRERAS DE GRADO PRESENCIALES - DIRECCIÓN DE BIBLIOTECA

Yo, *Lilian Adriana Muñoz Rivera*, portador de la cedula de ciudadanía nro. 0107288698, estudiante de la carrera de Educación en Ciencias Experimentales en el marco establecido en el artículo 13, literal b) del Reglamento de Titulación de las Carreras de Grado de la Universidad Nacional de Educación, declaro:

Que, todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en el trabajo de Integración curricular denominada *Actividades de refuerzo con el método Pólya para contribuir en destrezas matemáticas parcialmente logradas en 2° BGU de la U.E. Juan Bautista* son de exclusiva responsabilidad del suscriptor de la presente declaración, de conformidad con el artículo 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, por lo que otorgo y reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación - UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra con fines académicos, además declaro que en el desarrollo de mi Trabajo de Integración Curricular se han realizado citas, referencias, y extractos de otros autores, mismos que no me tribuyo su autoría.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la utilización de los datos e información que forme parte del contenido del Trabajo de Integración Curricular que se encuentren disponibles en base de datos o repositorios y otras formas de almacenamiento, en el marco establecido en el artículo 141 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación.

De igual manera, concedo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la autorización para la publicación de Trabajo de Integración Curricular denominado *Actividades de refuerzo con el método Pólya para contribuir en destrezas matemáticas parcialmente logradas en 2° BGU de la U.E. Juan Bautista* en el repositorio institucional y la entrega de este al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, como lo establece el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Ratifico con mi suscripción la presente declaración, en todo su contenido.

Azogues, 06 de marzo de 2024

Lilian Adriana Muñoz Rivera
C.I.: 0107288698



DECLARATORIA DE PROPIEDAD INTELECTUAL Y CESIÓN DE DERECHOS DE PUBLICACIÓN
PARA EL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
DIRECCIONES DE CARRERAS DE GRADO PRESENCIALES - DIRECCIÓN DE BIBLIOTECA

Yo, *Manuel Benjamin Vasquez Valverde*, portador de la cedula de ciudadanía nro. 0106275589, estudiante de la carrera de Educación en Ciencias Experimentales en el marco establecido en el artículo 13, literal b) del Reglamento de Titulación de las Carreras de Grado de la Universidad Nacional de Educación, declaro:

Que, todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en el trabajo de Integración curricular denominada *Actividades de refuerzo con el método Pólya para contribuir en destrezas matemáticas parcialmente logradas en 2° BGU de la U.E. Juan Bautista* son de exclusiva responsabilidad del suscribiente de la presente declaración, de conformidad con el artículo 114 del Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, por lo que otorgo y reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación - UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra con fines académicos, además declaro que en el desarrollo de mi Trabajo de Integración Curricular se han realizado citas, referencias, y extractos de otros autores, mismos que no me tribuyo su autoría.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la utilización de los datos e información que forme parte del contenido del Trabajo de Integración Curricular que se encuentren disponibles en base de datos o repositorios y otras formas de almacenamiento, en el marco establecido en el artículo 141 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación.

De igual manera, concedo a la Universidad Nacional de Educación - UNAE, la autorización para la publicación de Trabajo de Integración Curricular denominado *Actividades de refuerzo con el método Pólya para contribuir en destrezas matemáticas parcialmente logradas en 2° BGU de la U.E. Juan Bautista* en el repositorio institucional y la entrega de este al Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador para su difusión pública respetando los derechos de autor, como lo establece el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Ratifico con mi suscripción la presente declaración, en todo su contenido.

Azogues, 06 de marzo de 2024

Manuel Benjamin Vasquez Valverde
C.I.: 0106275589



**UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
EDUCACIÓN**

**CERTIFICACIÓN DEL TUTOR PARA
TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR
DIRECCIONES DE CARRERA DE GRADO PRESENCIALES**

Carrera de: Educación en Ciencias Experimentales

Yo, German Wilfrido Panamá Criollo, tutor del Trabajo de Integración Curricular de Carreras de Grado de Modalidad Presencial denominado “Actividades de refuerzo con el método Pólya para contribuir en destrezas matemáticas parcialmente logradas en 2° BGU de la U.E. Juan Bautista” perteneciente a los estudiantes: Lilian Adriana Muñoz Rivera con C.I. 0107288698, Manuel Benjamin Vasquez Valverde con C.I. 0106275589. Doy fe de haber guiado y aprobado el Trabajo de Integración Curricular. También informo que el trabajo fue revisado con la herramienta de prevención de plagio donde reportó el 7 % de coincidencia en fuentes de internet, apegándose a la normativa académica vigente de la Universidad.

Azogues, 06 de marzo 2024

Mgs. German Wilfrido Panamá Criollo

C.I: 0104286653